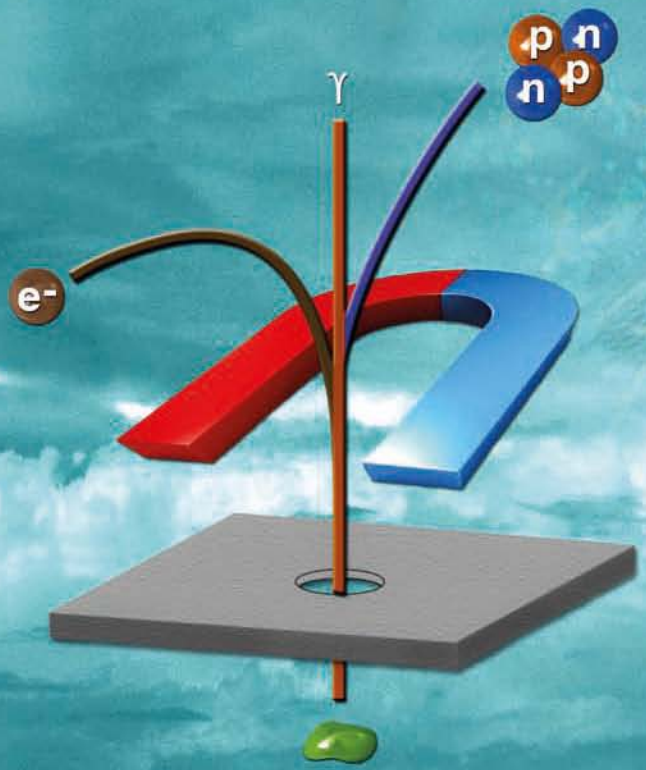
UNED

Física Nuclear y de Partículas: Problemas resueltos

María Shaw Martos
Amalia Williart Torres



Física Nuclear y de Partículas:
Problemas resueltos

MARÍA SHAW MARTOS
AMALIA WILLIART TORRES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

FÍSICA NUCLEAR Y DE PARTÍCULAS:
Problemas resueltos

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del Copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamos públicos.

© *Universidad Nacional de Educación a Distancia*
Madrid, 2013

www.uned.es/publicaciones

© *María Shaw Martos y Amalia Williart Torres.*

Todas nuestras publicaciones han sido sometidas a un sistema de evaluación antes de ser editadas.

ISBN electrónico: 978-84-362-6689-4

Edición digital: junio de 2013

ÍNDICE GENERAL

Introducción 11

Tema 1. **Principales características del núcleo** 13

1. Introducción teórica . . . 13

1.1. Propiedades nucleares . . . 13

1.2. Modelos nucleares . . . 16

1.3. Fuerza nuclear. El deuterón . . . 23

2. Problemas resueltos . . . 26

2.1. Radio . . . 26

2.2. Masa . . . 30

2.3. Energía de enlace . . . 33

2.4. Modelos Nucleares . . . 38

3. Problemas propuestos . . . 46

Tema 2. **Radiactividad** 49

1. Introducción teórica . . . 49

1.1. Leyes de la desintegración radiactiva . . . 49

1.2. Tipos de desintegración . . . 52

2. Problemas resueltos . . . 56

2.1. Leyes de la desintegración radiactiva . . . 56

2.2. Desintegraciones alfa y beta 61
2.3. Desintegración gamma 71
3. Problemas Propuestos 77

Tema 3. **Reacciones nucleares** 81
1. Introducción teórica. 81
1.1. Leyes de conservación en las reacciones nucleares 83
1.2. Tipos de reacciones nucleares 83
1.3. Sección eficaz 84
1.4. Velocidad de producción de una reacción nuclear. Activación 85
1.5. Fisión 86
1.6. Fusión 88
2. Problemas resueltos. 91
2.1. Leyes de conservación en las reacciones nucleares 91
2.2. Niveles de Energía y secciones eficaces - Resonancia 98
2.3. Energía umbral 102
2.4. Activación 107
2.5. Fisión y Fusión 109
3. Problemas propuestos 116

Tema 4. **Interacción de la radiación con la materia** 119
1. Introducción teórica. 119
1.1. Interacciones de partículas cargadas 119
1.2. Interacción de la radiación electromagnética 122
1.3. Detectores 124

2. Problemas resueltos 128
2.1. Partículas cargadas 128
2.2. Radiación electromagnética 131
2.3. Detectores 134
2.4. Estadística 139
3. Problemas propuestos 144

Tema 5. **Protección radiológica** 147
1. Introducción teórica 147
1.1. Magnitudes más importantes 147
1.2. Blindajes 152
1.3. Límites de dosis 155
1.4. Fuentes de radiación 157
2. Problemas resueltos 159
2.1. Dosimetría 159
2.2. Cálculo de blindajes 164
3. Problemas propuestos 169

Tema 6. **Partículas elementales** 171
1. Introducción teórica 171
1.1. Clasificación de las partículas observadas 171
1.2. Tipos de interacciones fundamentales 175
1.3. Los Quarks 176
1.4. Interacción de partículas 180
2. Problemas resueltos 183
2.1. Propiedades generales 183

2.2. Interacción relativista de partículas 187
2.3. Desintegración de partículas elementales 193
2.4. Energía umbral 197
3. Problemas propuestos 202

Soluciones a los problemas propuestos 205
Tema 1 205
Tema 2 206
Tema 3 208
Tema 4 210
Tema 5 211
Tema 6 212

Apéndice 1: Esquemas de desintegración 215

Apéndice 2: Propiedades nucleares 223

Apéndice 3: Unidades y constantes 257

Bibliografía 261

INTRODUCCIÓN

Son numerosas las aplicaciones de la Física Nuclear y de Partículas, desde la medicina a la producción de energía (incluida la alternativa de fusión de plasmas en la que se tienen puestas tantas esperanzas) pasando por la dosimetría, la protección radiológica o multitud de usos industriales. Además constituye una proporción muy importante de las investigaciones en Ciencia Básica, en sí misma, como elemento auxiliar (por ejemplo en Biología) o como preparación para la Cosmología. Así lo reconocen los nuevos planes de estudio de las universidades españolas, al establecerla como asignatura obligatoria para todos los estudiantes del Grado en Física.

Sorprendentemente, la abundancia de buenos libros teóricos de Física Nuclear y de Partículas no se ve acompañada con la de libros de problemas, escasos en todo el mundo y especialmente en España. Por eso nos pareció oportuno aportar la experiencia que hemos acumulado durante muchos años de docencia en la Universidad Nacional de Educación a Distancia, tanto en la enseñanza teórica, como en las prácticas de laboratorio. Creemos que esta colección de problemas puede ser muy útil para los estudiantes de Física Nuclear y de Partículas, tanto en Ciencias como en Ingenierías.

La mayoría de los problemas han sido propuestos como trabajos prácticos a nuestros estudiantes o como ejercicios de examen. Algunos son originales, otros adaptados, pero todos tienen, según nuestra experiencia, el carácter adecuado para facilitar el estudio y la comprensión de algún aspecto de la física del núcleo y subnuclear.

No es nuestro objetivo abarcar todos los aspectos de la física nuclear y de partículas. Por eso hemos hecho una selección, teniendo en cuenta los programas que suelen darse en las asignaturas de Física Nuclear y de Partículas de las universidades españolas.

Los temas abordados cubren una gama amplia. Se empieza por las propiedades generales de los núcleos para seguir con la radiactividad y las interacciones de la radiación con la materia, así como a las partículas elementales.

El manejo de las radiaciones nucleares y los rayos X es una cuestión delicada que debe hacerse con sumo cuidado, tanto más cuanto que son invisibles y no se pueden detectar sin instrumentación adecuada. Su uso imprudente o su desconocimiento es peligroso y puede llegar a producir lesiones graves. Es por lo tanto muy importante que sean bien estudiadas por quienes las utilizan en medicina, biología, equipos industriales, energía nuclear, etc. Por esta razón incluimos en este libro un capítulo sobre dosimetría y protección radiológica.

Cada capítulo se refiere a un tema concreto y está dividido en secciones. Empiezan todos por una breve introducción teórica, pensada como ayuda rápida al lector, pero que no pretende suplir la exposición más detallada que puede encontrarse en cualquiera de los abundantes tratados teóricos. Por eso, se recomienda usar este libro en combinación con alguno de esos textos.

En cada capítulo se desarrolla en detalle la solución de un conjunto de problemas, en orden de dificultad creciente. Siguen luego otros sin resolver, pero cuyo resultado aparece al final del libro.

Para terminar, en el Apéndice se añaden varias Tablas que creemos muy útiles: Tablas de unidades y constantes, Esquemas de desintegración y Propiedades de todos los núclidos, esta última basada en la evaluación publicada en 1993.

Queremos hacer constar nuestro inmenso agradecimiento a la colaboración y ayuda prestada por el profesor Antonio Fernández-Rañada, sin cuyos consejos y estímulos hubiera sido difícil haber terminado este libro.

Este libro es una nueva versión mejorada de un texto publicado en el año 1996 de las mismas autoras. En esta versión se han corregido las erratas encontradas en la primera publicación, que en algunos casos fueron detectadas por nuestros alumnos.

Tema 1

PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL NÚCLEO

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

1.1. Propiedades nucleares

Radio nuclear

Un núcleo contiene Z protones y $N = (A - Z)$ neutrones, empaquetados en un volumen de forma esférica o, al menos, aproximadamente esférica. Una propiedad muy interesante es que su densidad no depende apreciablemente del número másico A y es constante en su interior, es decir, que el número de nucleones por unidad de volumen es aproximadamente constante.

$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \approx cte.$$

lo cual implica que el radio R es proporcional a $A^{1/3}$

$$R = r_o A^{1/3}, \tag{1.1}$$

donde r_o vale entre 1,20 fm y 1,25 fm (el femtometro, igual a 10^{-15} m, se suele llamar "fermi" en física nuclear). A esta conclusión se llega a partir de experimentos de varios tipos. Es importante señalar que unos miden el radio de carga, es decir el radio de la distribución de protones, y otros el radio de la materia nuclear que incluye los protones y los neutrones, obteniéndose el mismo valor en los dos casos.

Masa y energía de enlace

La masa de un núcleido $M = M(A, Z)$ no es igual a la suma de las masas de los protones y neutrones que lo constituyen, sino algo menor. La energía equivalente a la diferencia entre la masa del nucleido y las masas de sus constituyentes es la energía de enlace o ligadura, E_B:

$$E_B = [m_H Z + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2 \tag{1.2}$$

siendo m_H y m_n las masas del H^1 y del neutrón (se utiliza la masa del H^1 en lugar de la del protón al hacerse los cálculos con masas atómicas como se explicará más adelante). En la mayoría de las ocasiones se usan la masa del hidrógeno y la del átomo, en vez de la del protón y el núcleo correspondiente.

En la figura 1.1 puede verse la variación de la energía de enlace por nucleón E_B/A, en función del número másico A.

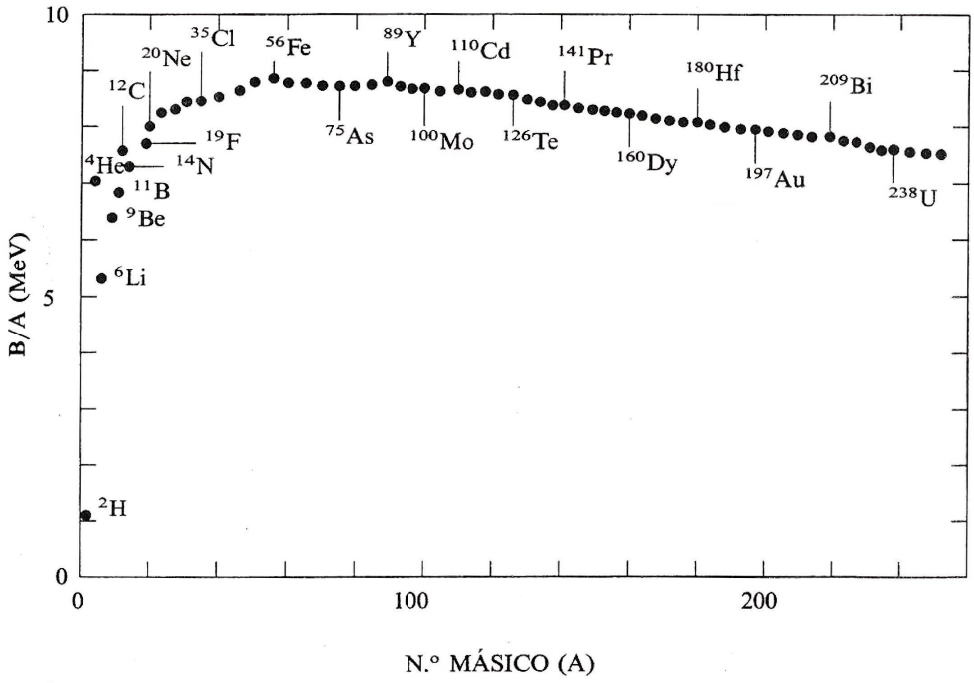


Figura 1.1. Variación de la energía de enlace por nucleón en función del número másico.

El defecto de masa de un nucleido, Δ, se define como:

$$\Delta = M(A, Z) - A.U$$

en donde $M(A, Z)$ está en u.a.m. y como A es un número adimensional, para calcular Δ, se multiplica por la unidad de masa atómica, u.

Experimentalmente es mucho más fácil medir masas de átomos que de núcleos, por ello en física nuclear es frecuente que se hable de masas atómicas, de hecho

es lo que se suele encontrar en las tablas nucleares. La medida de masas atómicas utilizando espectrógrafos de masa permite alcanzar precisiones de una parte por millón o aún mejores. Por lo que se hacen los cálculos con masas atómicas. Se define la unidad de masa atómica (u.a.m.) como $\frac{1}{12}$ la masa atómica del C^{12}. Teniendo en cuenta la equivalencia entre masa y energía establecida por Einstein,

$$E = mc^2 \Rightarrow 1 \text{ u.a.m.} = 931,5 \text{ MeV/c}^2$$

Para determinar masas atómicas se utilizan diversos métodos, como el de la parábola de Thomson, del doblete de masas o el uso de reacciones nucleares. Este último se describe a continuación.

Suelen determinarse algunas masas midiendo la energía desprendida en una reacción, que corresponde a la energía cinética con que salen las partículas en la reacción nuclear. Sea la reacción $\mathbf{a} + \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{b} + \mathbf{Y} + Q$, en donde resulta:

$$Q = (m_a + m_X - m_b - m_Y)c^2.$$

La energía de separación de un nucleón es la necesaria para separarlo de un núcleo. Su valor en los casos de un neutrón y un protón, es

$$S_n = E_B(X_Z^A) - E_B(X_Z^{A-1}), \qquad S_p = E_B(X_Z^A) - E_B(X_{Z-1}^{A-1}). \tag{1.3}$$

Una parte de la energía de ligadura la constituye la repulsión coulombiana de los protones. Se suele aproximar a la de una distribución uniforme de carga eléctrica, con carga Q y radio R, que vale

$$E_C = \frac{3}{5}\frac{1}{4\pi\epsilon_o}\frac{Q^2}{R}.$$

Como consecuencia, la diferencia entre las energías de Coulomb de dos núcleos espejos de cargas Ze y $(Z-1)\,e$, es igual a

$$\Delta E_C = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o R}\left[Z^2 - (Z-1)^2\right] = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o r_o}A^{2/3}, \tag{1.4}$$

donde Z representa el núcleo de mayor número atómico. Este método se utiliza para determinar el radio de un núcleo.

Espín, paridad y momento magnético

Se define el espín de un núcleo como la suma de los momentos angulares totales (orbitales más de espín) de todos los nucleones. Se suele representar por la letra J. Para muchos propósitos, un núcleo se comporta como un objeto elemental con espín J y carga Ze, por ejemplo en el efecto Zeeman. Como cada nucleón tiene espín $\frac{1}{2}$, se debe cumplir que los núcleos con A impar tienen J semientero y si A es par, J es entero. Todos los núcleos con Z par y N par tienen $J = 0$. El espín se conserva en todos los procesos nucleares.

Otra propiedad importante es la paridad que puede ser $+$ ó $-$, según sea la función de onda par o impar respecto a la inversión de las coordenadas. La paridad suele representarse como P y, junto con el espín, como J^P. La paridad se conserva en las interacciones débiles y electromagnéticas.

Además de la carga, los núcleos tienen momentos multipolares electromagnéticos. El más importante es el momento magnético μ, que es del orden del magnetón nuclear

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3,152 \times 10^{-14} \ \text{MeV/T}$$

Otra cantidad importante en algunos núcleos es el momento cuadrupolar eléctrico, que es una medida de cuánto se diferencia la distribución de carga de la forma esférica.

1.2. Modelos nucleares

Debido a que los núcleos son sistemas cuánticos con muchas nucleones interaccionando entre sí, su estudio es muy complejo, por lo que para explicar sus características y predecir algunas de sus propiedades se han tenido que desarrollar lo que se ha denominado "modelos nucleares". Dependiendo de las aproximaciones que se usan para elaborar el modelo, habrá modelos de partícula individual, como el de capas, o colectivos, como el de la gota líquida.

El Modelo de la gota líquida

Este modelo fue propuesto por Bohr y se basa en comparar un núcleo a una gota de líquido, lo que es posible debido a dos propiedades importantes: (a) la

densidad de un núcleo es aproximadamente independiente de su masa atómica A, y (b) la energía de ligadura total es aproximadamente proporcional a su masa, $B/A \approx$ const.

Estas propiedades se corresponden bien con las de los líquidos: (a) la densidad de una gota no depende de su tamaño, y (b) su calor de vaporización es proporcional a su masa. (Nótese que este calor de vaporización es la energía necesaria para separar todas las moléculas del líquido y es, por lo tanto, análoga a la energía de ligadura del núcleo).

El modelo de la gota líquida considera al núcleo como una esfera de volumen proporcional a A, con densidad uniforme y radio proporcional a $A^{1/3}$. Su resultado más importante es la *fórmula semiempírica de la masa, de von Weizsäcker*, que da la masa de un núcleo $M(A, Z)$ en función de la masa atómica A y de protones Z como

$$M(A, Z) = M_o(Z, A) + B_1(Z, A) + B_2(Z, A) + B_3(Z, A) + B_4(Z, A) + B_5(Z, A),$$

donde $M_o(Z, A)$ es la masa de los nucleones constituyentes, es decir

$$M_o(Z, A) = Zm_H + (A - Z)m_n,$$

siendo m_H y m_n las masas del protón y del neutrón, respectivamente. Los otros términos son:

1. El término de *volumen* B_1, que indica la parte de la energía de ligadura que es proporcional a la masa,

$$B_1(Z, A) = -a_V A,$$

donde a_1 es un coeficiente positivo. Este término decrece el valor de la masa.

2. El término de *superficie*

$$B_2(Z, A) = +a_S A^{2/3},$$

que representa una corrección proporcional a la superficie, y corresponde a la tensión superficial de un líquido. Tiene en cuenta que los nucleones superficiales están menos ligados.

3. El término de *Coulomb*

$$B_3(Z, A) = +a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}},$$

representa la energía positiva de la repulsión electrostática de los protones.

4. El término de *asimetría*, favorece las configuraciones simétricas, pues es mínimo para $Z = A/2$

$$B_4(Z,A) = a_A \frac{(A-2Z)^2}{A}.$$

5. Por último, el término de *apareamiento*, que tiene en cuenta que los núcleos con Z par y N par son especialmente estables, mientras que los que tienen Z impar y N impar tienden a ser menos estables.

$$B_5(Z,A) = \begin{cases} = -\delta(A), \text{ si Z par } y \text{ N par} \\ = 0, \text{ si par-impar o impar-par} \\ = +\delta(A), \text{ si Z impar } y \text{ N impar} \end{cases}$$

la función $\delta(A)$ se determina empíricamente como $\delta = +a_a A^{-3/4}$

Los parámetros a_k, todos positivos, se obtienen de los valores experimentales de las masas de los núcleos.

$$M(A,Z) = M_o(Z,A) - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_A \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \delta(A).$$

Una buena elección para las constantes, en MeV, es (Krane):

$a_V = 15,5; \quad a_S = 16,8; \quad a_C = 0,72; \quad a_A = 23; \quad a_a = 34$

El modelo del gas de Fermi

Este modelo se basa en dos hipótesis aparentemente contradictorias: (a) los nucleones (de modo semejante a los electrones de conducción en un metal) se mueven independientemente unos de otros, y (b) lo hacen sometidos a un potencial neto, que representa el efecto promediado de las interacciones con los otros nucleones, y que tiene la forma de un pozo cuadrado redondeado (tal como indica la figura 1.2) constante en el interior del núcleo, y nulo fuera de él.

La aparente contradicción se explica porque los nucleones, que por ser fermiones obedecen el principio de exclusión, llenan todos los niveles en el estado fundamental, desde el de mínima energía hasta el correspondiente a la energía de Fermi, E_F. Pero nótese que en cada nivel caben cuatro nucleones: dos protones y dos neutrones (en cada caso, uno con $m_l = 1/2$, otro con $m_l = -1/2$). Como casi todos los estados energéticamente posibles están ya ocupados, casi no puede haber

colisiones, excepto aquellas en que dos nucleones intercambian sus energías, cuyo efecto neto es el mismo que si no hay interacción. Por lo tanto, aunque parezca paradójico, los nucleones se mueven en el estado fundamental como si lo hiciesen libremente, sin interactuar. La profundidad del potencial resulta ser aproximadamente 50 MeV, y su radio igual al del núcleo, es decir, de $R_o A^{1/3}$ y $R_o \approx 1,3$ fm.

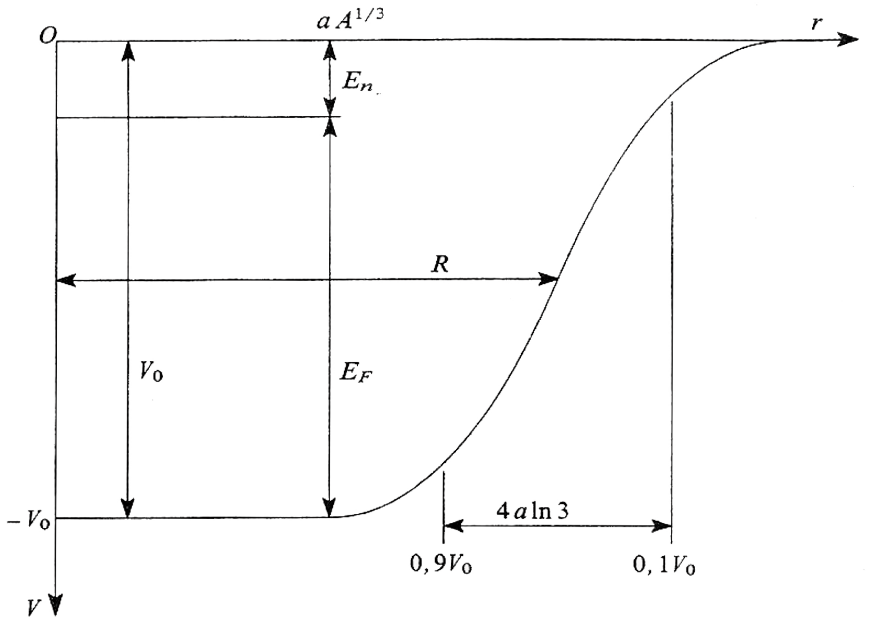


Figura 1.2. Pozo cuadrado redondeado, donde E_F es la energía de Fermi, y E_n es la energía de enlace.

El modelo de capas

En este modelo se supone que los nucleones se sitúan en el núcleo de una manera parecida a como lo hacen los electrones en el átomo. O sea que cada uno está sometido a un potencial radial $V(r)$, que representa al promedio de las acciones de los demás, siendo las funciones de onda de la forma $\psi = R(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$. Resulta más conveniente emplear, además de l y m, el número cuántico radial n_r

(igual al número de nodos de la función radial más uno) en vez del principal, n, usado en física atómica (recuérdese que $n = n_r + l$). Por eso no hay restricción para l y se habla de estados $1s$, $1p$, $1d$,.....

Describe las propiedades nucleares a partir de la interacción efectiva de un nucleón con un potencial.

En primer lugar, se elige un potencial conveniente, parecido a un pozo cuadrado con borde suavizado y se resuelve la ecuación de Schrödinger, hallando las funciones de onda y las energías. Luego se van colocando los N neutrones y los Z protones en los niveles así obtenidos, teniendo en cuenta que el principio de Pauli no permite colocar más de $2(2l + 1)$ partículas de cada clase en cada capa nl. Se observa que los núcleos cuyo número de protones o de neutrones es igual a $2, 8, 20$, 28, 50, 82 ó 126, son excepcionalmente estables, ya que su energía de excitación es muy alta: Se les llama *números mágicos*. El mismo fenómeno ocurre en física atómica con los gases nobles, que tienen 2, 10, 18, 36, 54 ó 86 electrones y, por eso, se interpreta que esos números mágicos corresponden a núcleos que tienen capas completas de nucleones. Para conseguir el orden de niveles que produzca esos números hay que suponer que la fuerza nuclear incluye un término de acoplo espín-órbita, proporcional a $\mathbf{S.L}$. Su origen no puede ser electromagnético, como en el caso de los electrones en los átomos, porque es mucho más fuerte y está invertido, lo que significa que tiene el signo contrario, de modo que la energía de un nucleón disminuye si $\mathbf{S.L}$ es positivo y al revés. O sea que la energía de cada nucleón es menor si el número cuántico J tiene el valor más alto posible ($J = L + \frac{1}{2}$). Además la contribución de ese término a la energía aumenta con el valor de l. Incluyendo ese término de acoplamiento espín-órbita, se consigue que el pozo cuadrado con bordes suavizados tenga los niveles que indica la figura 1.3.

Dos propiedades muy importantes de un núcleo son su espín y su paridad. El primero es el momento angular total de todos los nucleones, y se suele designar con la letra J. La segunda indica el cambio de la función de onda total tras la inversión espacial $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$. Como la paridad de cada nucleón es $+$ si su l es par y $-$ si es impar, la del núcleo es (-1) elevado al número de nucleones con l impar. El conjunto espín-paridad se suele designar como J^P.

Cuando una subcapa está llena, su momento angular total es 0 y su paridad $+$.

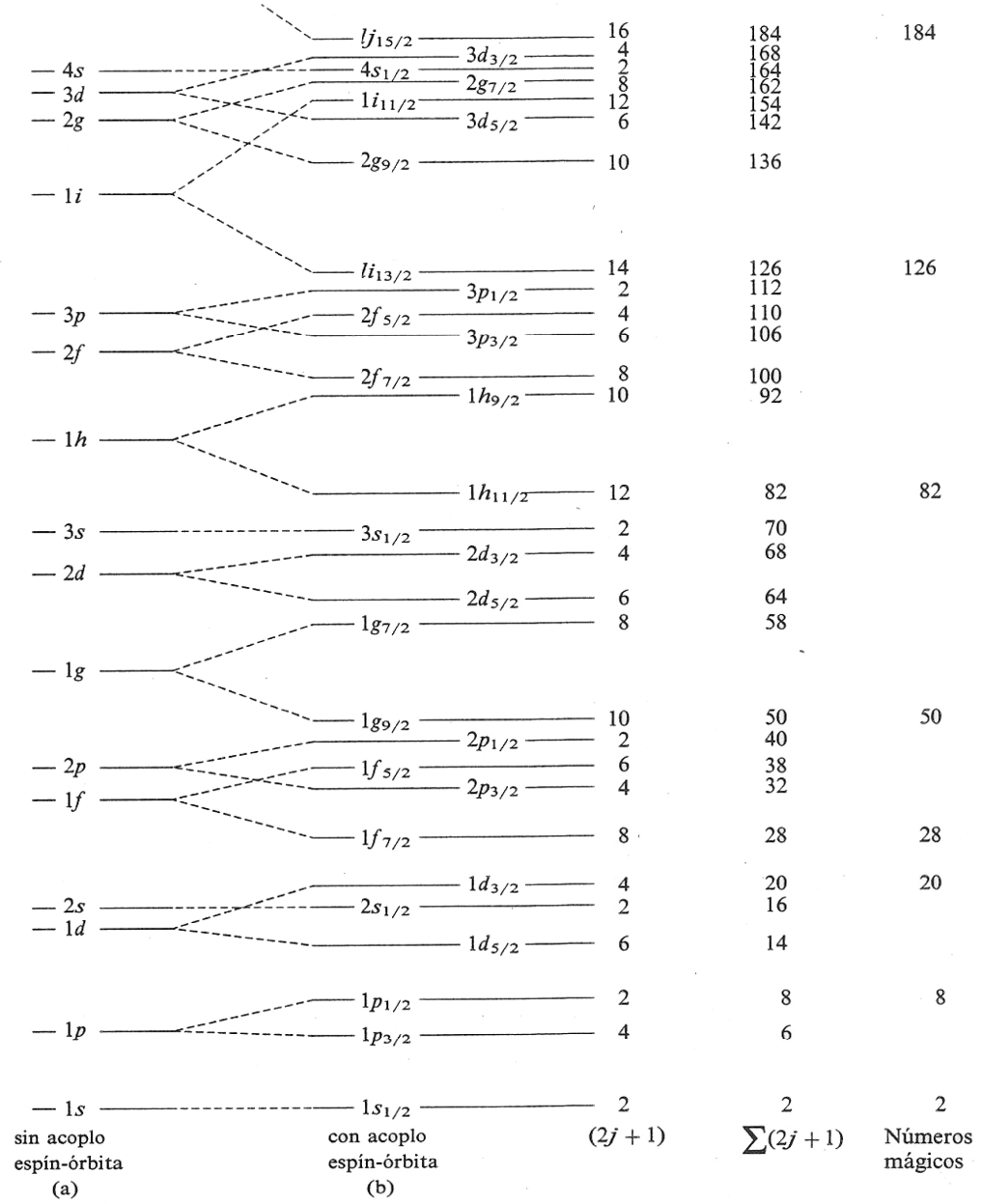


Figura 1.3. (a) Orden de llenado de los niveles de un pozo cuadrado redondeado sin acoplo espín-órbita. (b) Lo mismo pero con acoplo espín-órbita invertido. La columna de la derecha indica el número acumulado de nucleones de cada clase que ocupan los niveles hasta el dado. Cuando la diferencia de energía hasta el nivel siguiente es alta, se produce un número mágico.

Además, los protones de una misma capa tienden a acoplarse en pares de modo que el momento angular de cada par es 0 y lo mismo ocurre con los neutrones. Por todo ello se cumplen las siguientes reglas:

(a) Si N y Z son mágicos, $J^P = 0^+$;

(b) Si uno es mágico y el otro mágico más o menos uno, el espín y la paridad son los del nucleón que sobra o que falta para que los dos números sean mágicos.

(c) Los núcleos par-par tienen $J^P = 0^+$;

(d) Si A es impar, el espín-paridad es igual al del nucleón impar (con algunas pocas excepciones);

(e) En los escasos núcleos estables impar-impar, el espín está comprendido entre $j_p\ j_n$ y $|j_p - j_n|$, siendo j_p y j_n los momentos angulares del protón impar y del neutrón impar, respectivamente.

El modelo de capas no es tan bueno en la predicción de los momentos magnéticos como en la de los espines y paridades. Pero el análisis es interesante.

En este modelo, se supone que los nucleones tienen fuerte tendencia a aparearse (en pares protón-protón y neutrón-neutrón), de modo que los momentos angulares de los nucleones apareados se anulan dos a dos. Por ello, el momento magnético nuclear debe ser el del **nucleón impar.** Recordemos que los momentos magnéticos intrínsecos del protón y del neutrón valen $\mu_{s,p} = 2,7927\mu_N$ y $\mu_{s,n} = -1,9131\mu_N$, siendo $\mu_N = e\hbar/2m_p$ el magnetón nuclear. Esto indica que sus relaciones giromagnéticas de espín son $g_{s,p} = 5,5855$ y $g_{s,n} = -3,8263$. El operador de momento magnético total de un nucleón es, por tanto,

$$\mu = \frac{e}{2m_p}\left(g_l\mathbf{L} + g_s\mathbf{S}\right),$$

donde g_l vale 1 para los protones y 0 para los neutrones, y g_s toma los valores que se acaba de indicar. Usando el modelo vectorial para los momentos angulares, podemos decir que $\mathbf{L}$ y $\mathbf{S}$ precesionan alrededor de su suma $\mathbf{J}$, por lo que el valor medio de μ es

$$\langle\mu\rangle = \frac{\mu.\mathbf{J}}{\mathbf{J^2}}\mathbf{J}.$$

Sustituyendo el valor de μ,

$$\langle\mu\rangle = \frac{e}{2m_p}\left(g_l\mathbf{L}.\mathbf{J} + g_s\mathbf{S}.\mathbf{J}\right)\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{J^2}}.$$

El momento magnético del núcleo debe ser igual a esta expresión, evaluada en el caso del nucleón impar; más precisamente el valor máximo de su componente z que se obtiene sustituyendo $\mathbf{J}$ por $J\hbar$. Teniendo en cuenta que $J^2 = j\,(j+1)\,\hbar^2$, resulta finalmente que el momento magnético nuclear vale, en el modelo de capas,

$$\mu = \frac{e}{2m_p}\frac{g_l\mathbf{L}.\mathbf{J} + g_s\mathbf{S}.\mathbf{J}}{(j+1)\,\hbar^2}\hbar.$$

Hay que tener en cuenta que

$$\mathbf{L}.\mathbf{J} = \frac{1}{2}\left(j\,(j+1) + l\,(l+1) - \frac{3}{4}\right)\hbar^2,$$

$$\mathbf{S}.\mathbf{J} = \frac{1}{2}\left(j\,(j+1) - l\,(l+1) + \frac{3}{4}\right)\hbar^2,$$

con lo cual el momento magnético del núcleo vale, expresado en magnetones nucleares, y escribiendo I, el símbolo del espín del núcleo en vez de

$$\text{si}\quad J = l + \frac{1}{2}, \qquad \mu = \left(J - \frac{1}{2}\right)g_l + \frac{1}{2}g_s\ , \tag{1.5}$$

$$\text{si}\quad J = l - \frac{1}{2}, \qquad \mu = \frac{j}{J+1}\left(\left(J + \frac{3}{2}\right)g_l - \frac{1}{2}g_s\right)\ . \tag{1.6}$$

Tenemos así dos pares de funciones $\mu(J)$ (uno para el caso en que el nucleón impar sea un protón, otro si es un neutrón) que dan el momento magnético en función de J. En un gráfico (μ, J), darían dos líneas llamadas de Schmidt, una para $J = l + \frac{1}{2}$, otra para $J = l - \frac{1}{2}$. En la mayoría de los casos, el valor observado no está sobre esas líneas, sino entre ellas, es decir, entre los valores correspondientes a $J = l + \frac{1}{2}$ y a $J = l - \frac{1}{2}$. Esto muestra la limitación del modelo de capas, que es demasiado simple. Se obtiene un mejor resultado incluyendo el efecto de las excitaciones colectivas del núcleo.

1.3. Fuerza nuclear. El deuterón

En los núcleos la energía de enlace es mucho más fuerte que en los átomos porque interviene la fuerza nuclear fuerte entre los nucleones.

Esta fuerza nuclear tiene las siguientes características:

1) Es de corto alcance. Sólo apreciable cuando las partículas están muy cerca, del orden de 10^{-15} m o menos.

2) Es independiente de la carga eléctrica. Significa que actúa igualmente entre protones y neutrones.

3) Depende de la orientación de los espines. En un sistema de dos nucleones, si ambos tienen los espines en la misma dirección, la energía es distinta de la que tendría con los espines antiparalelos.

4) No es completamente central, sino que depende de la orientación de los espines respecto a su centro de masas.

5) A distancias menores de su alcance, es repulsiva. Esto explica la separación media entre los nucleones y que el volúmen nuclear sea proporcional al número total de nucleones.

El deuterón

El deuterón, uno de los isótopos del hidrógeno, es el sistema más sencillo para informar sobre las interacciones nucleares, ya que sólo interviene la fuerza nuclear fuerte.

El sistema $p-n$ tiene un estado ligado, que es el deuterón, en el que los espines son paralelos ($S = 1$), pero no hay estado ligado si son antiparalelos ($S = 0$).

Características de sus números cuánticos:

- Masa atómica $M_d = 1{,}876$ MeV/c^2; Energía de enlace E_B=2,224 MeV.
- Tamaño: Con experimentos de difusión con electrones se ha medido el radio $r_d = 1,963$ fm.
- Tiene paridad par $(+)$ y el espin $J = 1$
- El momento angular será par $(+)$
- Hay dos posibilidades: que $L = 0$ (onda S), estado $^3S_1$ y que $L = 2$ (onda D) estado $^3D_1$
- El estudio de la fuerza nuclear dará la probabilidad de que esté en uno u otro estado.

Para determinar las propiedades del deuterón podemos utilizar la ec. de Schrodinger. Por simplicidad se puede representar como un potencial rectangular donde $E_p(r) = -V_o$ para $0 < r < R_o$ y $E_p(r) = 0$ para $r > R_o$, donde R_o es el alcance de las fuerzas nucleares y V_o la profundidad del pozo.

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Radio

1. Calcular la energía cinética máxima de los positrones emitidos en la desintegración:

$$O^{15} \longrightarrow N^{15} + \beta^{+} + \nu$$

Sabiendo que $r_o = 1,2 \times 10^{-15}$ m, explique las hipótesis que se introduzcan.

Solución

Se trata de núcleos espejo: Un protón se cambia por neutrón + positrón.

La diferencia de energías coulombianas entre 2 núcleos espejos de cargas Ze y $(Z-1)\,e$ viene dada por la fórmula (1.4).

Sabiendo, del enunciado, que $r_o = 1,2 \times 10^{-15}$ m

y $\quad (Z^2 - (Z-1)^2) = 2Z - 1.$

Si tenemos que $2Z - 1 = A$ en los núcleos del problema, siendo Z el número atómico del núcleo que lo tenga mayor, la expresión (1.4) queda de la siguiente manera

$$\triangle E_c = \frac{3}{5} \times \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o 1,2 \times 10^{-15}} A^{2/3}.$$

La energía cinética máxima de los positrones emitidos será

$$T_{max} = \triangle E_c - (m_n - m_p)\, c^2 - m_e c^2,$$

sustituyendo los valores de m_n, m_p y m_e

$$T_{max} = \triangle E_c - 1,811 \text{ MeV},$$

además sustituyendo valores: $\triangle E_c = 4,379$ MeV,

$$\boxed{T_{max} = 2,568 \text{ MeV}}$$

Hipótesis:

a) Las fuerzas nucleares tienen simetría de carga.
La diferencia de energía entre el O^{15} y N^{15} es la de las energías de Coulomb.

b) El neutrino no tiene masa, su energía mínima es cero.
La energía máxima del β^+ es

$$E_c(O^{15}) - E_c(N^{15}) - (m_n - m_p)c^2 - m_e c^2.$$

↭

2. Demostrar que el potencial electrostático $U(r)$ dentro de una esfera que contiene una densidad uniforme de carga positiva es

$$U(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o R}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}(\frac{r}{R})^2\right) \text{ con } r \leqslant R,$$

donde R es el radio de la esfera.

Solución

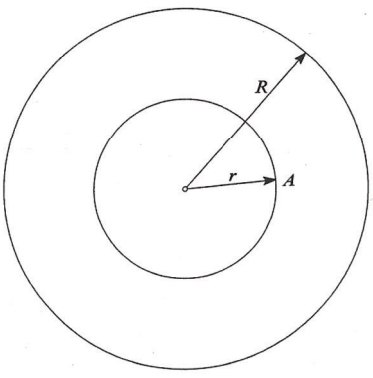
Aplicando el teorema de Gauss, el campo eléctrico en un punto A a una distancia r del centro vale:

$$E(r) = \frac{q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

donde $q(r)$ es la carga contenida en una esfera de radio r, $q(r) = \sigma\frac{4}{3}\pi r^3$,y σ es la densidad volumétrica de carga.

$E(r)$ no dependerá de la carga fuera de la esfera de radio r.

$$E(r) = \frac{4}{3}\pi\sigma\frac{r}{4\pi\epsilon_0} = \frac{\sigma r}{3\epsilon_0}.$$



El potencial en el borde de la esfera total, $r = R$, es

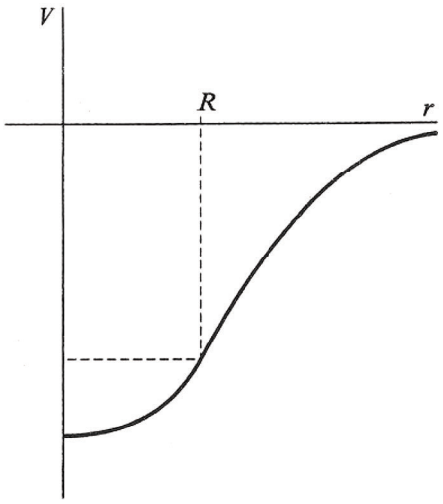
$$U_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}, \text{ en el interior:}$$

$$U = U_0 - \int_0^r E(r)dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} - \left[\frac{4}{3}\pi\sigma\frac{r^2}{8\pi\epsilon_0}\right]_R^r$$

como $\sigma = q/(\frac{4}{3}\pi R^3) \Longrightarrow$

$$U(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

si $r \leqslant R$.
La forma del potencial es coulombiana si $r > R$ y cuadrática (tipo oscilador) si $r < R$.
La desviación del potencial coulombiano produce cambios en los niveles de energía que permiten determinar el tamaño nuclear.



3. *a*) Calcular el radio de la órbita s de un átomo π-mésico para un átomo de Na_{11}^{23}

   b) Demostrar que la órbita se sitúa fuera del núcleo, suponiendo que el parámetro del radio nuclear $r_o = 1,2 \times 10^{-15}$ m.

   c) Calcular la densidad de los nucleones disponibles para la interacción y el recorrido libre medio que corresponde a una sección eficaz de $\pi(\hbar/\mu c)^2$, donde $\mu = 273\ m_e$.

Solución

a) El valor del radio en función de la órbita, para un átomo π-mésico, es

$$R_\pi = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2\hbar^2}{m_\pi Z e^2},$$

teniendo en cuenta que

$$a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

y que $n = 1$ para la órbita $s \Rightarrow$

$$R_\pi = \frac{a_0}{Z}\frac{m_e}{m_\pi},$$

sustituyendo valores,

$$R_\pi = \frac{0,53 \times 10^{-10}\ \text{m}}{11} \times \frac{0,511\ \text{MeV}}{140\ \text{MeV}} = 17,6 \times 10^{-15}\ \text{m}.$$

$$\boxed{R_\pi = 17,6\ \text{fm}}$$

b) Aplicando la expresión (1.1) y teniendo en cuenta que

$$r_o = 1,2 \times 10^{-15}\ \text{m},$$

$$R = 1,2 \times 10^{-15} \times 23^{1/3} = 3,41 \times 10^{-15}\ \text{m} = 3,41\ \ \text{fm}\ ,$$

como $R_\pi > R \Rightarrow$ Se encuentra fuera del núcleo.

c) La expresión de la densidad de nucleones es

$$\rho = \frac{A_r}{\frac{4}{3}\pi R_\pi^3},$$

donde A_r serán los nucleones que se encuentran dentro de la esfera de radio R_π. $A_r = A$.

$$\rho = \frac{23}{\frac{4}{3}\pi\,(17,6 \times 10^{-15}\ \text{m})^3} = \boxed{1{,}01{\times}10^{42}\ \text{m}^{-3}}$$

El recorrido libre medio será

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{\rho\sigma},$$

$$\sigma = \pi\left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^2 = \pi\left(\frac{6,58 \times 10^{-16}\ \text{eV.s.}c}{273 \times 0,511 \times 10^6\ \text{eV}}\right)^2 =$$

$$= 6,29 \times 10^{-30}\ \text{m}^2 = 6,29 \times 10^{-2}\ \ \text{b},$$

$$\boxed{\lambda = 1,59 \times 10^{-13}\ \text{m}}$$

2.2. Masa

1. Calcular la masa del átomo de N^{17}, si la energía de la reacción $N^{17}(p,n)O^{17}$ es $Q = 7,898$ MeV.

Solución

Se trata de la siguiente reacción:

$$N_7^{17} + p \longrightarrow O_8^{17} + n + Q \quad \text{donde}$$
$$Q = \left[m(N_7^{17}) + m_H - \left(m(O_8^{17}) + m_n\right)\right].c^2,$$

$$Q = \frac{7,898}{931,5} = 8,479 \times 10^{-3} \text{ u.a.m.}c^2,$$

despejando $m(N_7^{17})$ y sustituyendo los valores de las masas del n, H y O_8^{17} que aparecen en las tablas

$$\boxed{m(N_7^{17}) = 17,008450 \text{ u.a.m.}}$$

2. Siendo las diferencias en las masas de los tres dobletes (en u.a.m.):

$2H^1 - H^2 = 0,001548$
$3H^2 - \frac{1}{2}C^{12} = 0,042306$
$C^{12}4H^1 - O^{16} = 0,036386$

Encuentre las masas atómicas de H^1, H^2 y O^{16}

Solución

Este problema se basa en el método de los dobletes de masa para medir las masas de diferentes isótopos. Midiendo las diferencias de masas entre moléculas de masa muy parecida (con un espectrógrafo de masas) se puede obtener la masa de distintos isótopos despejándolos en función del C^{12} (punto fijo de las masas atómicas).

Si se llama:

$a = 2H^1 - H^2$
$b = 3H^2 - \frac{1}{2}C^{12}$
$c = C^{12}4H^1 - O^{16}$

Operando queda:
$2a = 4H^1 - 2H^2$; $\quad 2a - c = O^{16} - 2H^2 - C^{12}$ y despejando en b:

$$H^2 = \frac{b + \frac{1}{2}C^{12}}{3} = \boxed{2{,}014102 \ \text{ u.a.m.}}$$

$$O^{16} = (2a - c) + 2H^2 + C^{12} = \boxed{15{,}994914 \ \text{ u.a.m.}}$$

$$H^1 = \frac{a + H^2}{2} = \boxed{1{,}007825 \ \text{ u.a.m.}}$$

3. *a*) Calcular la energía de separación de un neutrón de: Li^7, Zr^{91} y U^{236}.
   b) Encontrar la energía de separación de un protón de: Ne^{20}, Mn^{55} y Au^{197}

Solución

a) La cantidad de energía necesaria para separar un neutrón del núcleo X_Z^A es igual a la diferencia de energías de enlace entre X_Z^A y X_Z^{A-1} como aparece en las ecs. (1.3)

$$S_n = E_B(X_Z^A) - E_B\left(X_Z^{A-1}\right) = \left[m\left(X_Z^{A-1}\right) - m\left(X_Z^A\right) + m_n\right]c^2.$$

Con los datos de las masas que aparecen en las tabla de propiedades nucleares se obtienen los siguientes resultados:

$$S_n(Li^7) = 7{,}783 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{7{,}25 \ \text{ MeV}}$$

$$S_n(Z^{91}) = 7{,}724 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{7{,}19 \ \text{ MeV}}$$

$$S_n(U^{236}) = 7{,}025 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{6{,}54 \ \text{ MeV}}$$

b) La energía necesaria para separar un protón del núcleo X_Z^A viene dada por la diferencia entre las energías de enlace de X_Z^A y Y_{Z-1}^{A-1}, como aparece en las ecs. (1.3)

$$S_p = E_B(X_Z^A) - E_B\left(Y_{Z-1}^{A-1}\right) = \left[m\left(Y_{Z-1}^{A-1}\right) - m\left(X_Z^A\right) + m_H\right]c^2.$$

Con los datos de la tabla se obtiene:

$$S_p(Ne^{20}) = 1,38 \times 10^{-2}\ c^2 = \boxed{12{,}85\ \text{MeV}}$$

$$S_p(Mn^{55}) = 8,66 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{8{,}07\ \text{MeV}}$$

$$S_p(Au^{197}) = 6,21 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{5{,}78\ \text{MeV}}$$

↭

4. Estimar cuánta energía de fisión (kWh) se podría obtener en teoría si se dispone de 1,5 kg de U^{235} sabiendo que la curva de defectos de masa disminuye desde 0,14 unidades de masa para el uranio hasta $-0,06$ unidades de masa en el centro del sistema periódico.

Solución

Suponemos que el U^{235} se fisiona en dos partes iguales (dos núcleos del elemento del centro de la tabla periódica X^A, para realizar el problema no necesitamos conocer qué núclido es. La energía emitida por núcleo fisionado será:

$$Q = E_B(U^{235}) - 2E_B(X^A) = (0,14 + 2 \times 0,06) \times 931,5\ \text{MeV/núcleo} =$$
$$= 242,19\ \ \text{MeV/núcleo} = 1,08 \times 10^{-17}\ \text{kWh/núcleo}.$$

En 1,5 kg de U^{235} hay el siguiente numero de núcleos:

$$N = \frac{mN_A}{A} = \frac{1,5 \times 10^3 \times 6,023 \times 10^{23}}{235} = 3,84 \times 10^{24}\ \text{núcleos}.$$

La energía aprovechada

$$\boxed{E = 4,14 \times 10^7\ \text{kWh}}$$

2.3. Energía de enlace

1. Calcular las energías de enlace por nucleón de los siguientes núcleos: He^3, O^{16}, Sn^{120} y Cu^{63} y representarlas en una gráfica.

Solución

Teniendo en cuenta la fórmula (1.2) que aparece en la introducción teórica, la energía de enlace por nucleón será:

$$\frac{E_B(X_Z^A)}{A} = \frac{[Zm_H + (A-Z)m_n - M(A,Z)]c^2}{A},$$

aplicando esta expresión y con los datos que proporcionan las tablas:

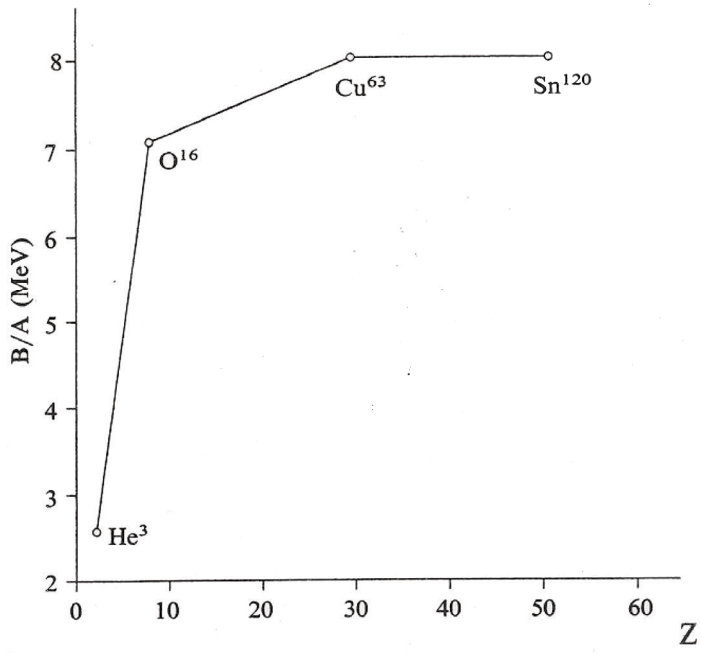
$$\frac{E_B(He_2^3)}{3} = 2,762 \times 10^{-3}c^2 = \boxed{\text{2,57 MeV/nucleón}}$$

$$\frac{E_B(O_8^{16})}{16} = 8,563 \times 10^{-3}c^2 = \boxed{\text{7,98 MeV/nucleón}}$$

$$\frac{E_B(Sn_{50}^{120})}{120} = 9,131 \times 10^{-3}c^2 = \boxed{\text{8,50 MeV/nucleón}}$$

$$\frac{E_B(Cu_{29}^{63})}{63} = 9,396 \times 10^{-3}c^2 = \boxed{\text{8,75 MeV/nucleón}}$$

En la gráfica siguiente se observa la variación de la energía de enlace por nucleón con Z



2. Un núcleo posee igual número de protones y neutrones y tiene un radio igual a 2/3 el radio del V^{54} (tomar $r_o = 1,2 \times 10^{-13}$ cm), encontrar la energía de enlace.

Solución

Utilizando la expresión (1.1) para el radio, tenemos para el V^{54}

$$R = r_o A^{1/3} = 1,2 \times 10^{-13}(54)^{1/3} \text{ cm} = 4,54 \times 10^{-13} \text{ cm}.$$

Por lo que el núcleo que se pide en el enunciado del problema es tal que:

$$R_1 = \frac{2}{3}R = 3,03 \times 10^{-13} \text{ cm} = 1,2 \times 10^{-13} A_1^{1/3} \Longrightarrow A_1 = 16.$$

Se trata del O_8^{16}. Con la expresión (1.2) de la energía de enlace y los datos de las tablas,

$$E_B(O_8^{16}) = 0,137\ c^2 = \boxed{127,6 \text{ MeV}}$$

3. Determine la energía de enlace de un deuterón, utilizando las masas de sus constituyentes.

Solución

$$E_B = (m_H + m_n - m_d)c^2 = (1,007825 + 1,008665 - 2,01402)c^2 = 2,22 \text{ MeV}$$

Esto coincide con los valores obtenidos experimentalmente.

Se hace notar que se ha tomado la masa del hidrógeno en lugar de la masa del protón, porque el valor de la masa del deuterón que viene en las tablas, es la masa atómica, no la masa nuclear. Es decir

$$m_d = m_p + m_e + m_n = m_H + m_n$$

Como ya se ha comentado anteriormente, este criterio se aplica en todos los cálculos con masas atómicas, ya que las masas nucleares no están tabuladas.

Se observa lo poco enlazados que están los nucleones en el deuterón, en comparación con otros núcleos.

4. ¿Qué energía se libera en la formación de dos partículas α como resultado de la fusión de H^2 y Li^6, si las energías de enlace por nucleón de H^2, He^4 y Li^6 son 1,11; 7,08 y 5,33 MeV respectivamente?

Solución

Se trata de la siguiente reacción

$$H_1^2 + Li_3^6 \longrightarrow 2He_2^4.$$

La energía liberada será

$$E_{liberada} = E_B(He_2^4) - E_B(H_1^2) - E_B(Li_3^6) =$$
$$= (8 \times 7,08 - 2 \times 1,11 - 6 \times 5,33)\,\text{MeV},$$
$$\boxed{E_{liberada} = 22,44 \text{ MeV}}$$

5. *a*) Conociendo las masas del O^{15} y del N^{15}, calcular la diferencia en la energía de enlace.

   b) Suponiendo que la diferencia se debe a la diferencia en la energía coulombiana, calcular el radio nuclear del O^{15} y del N^{15}.

Solución

a) Aplicando la expresión (1.2) de la energía de enlace para el O^{15} y el N^{15}

$$E_B(O_8^{15}) = (8m_H + 7m_n - 15,003065)c^2,$$
$$E_B(N_7^{15}) = (7m_H + 8m_n - 15,000109)c^2,$$
$$\Delta E_B = \left[E_B(N_7^{15}) - E_B(O_8^{15})\right] =$$
$$= (m_n - m_H + 2,956 \times 10^{-3})c^2 = 3,796 \times 10^{-3}\ c^2,$$
$$\boxed{\Delta E_B = 3,54 \text{ MeV}}$$

b) Con la fórmula (1.4) para los núcleos espejo,

$$\Delta E_B = \Delta E_c = 3,54 \text{ MeV} = \frac{3}{5} \times \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_o} A^{2/3},$$

despejando y sustituyendo valores

$$r_o = \frac{3}{5} \times \frac{1,439976 \text{ MeV.fm}}{3,54 \text{ MeV}} (15)^{2/3} = 1,48 \text{ fm},$$

$$R = r_o A^{1/3} = 3,65 \text{ fm} = \boxed{3{,}65 \times 10^{-15} \text{ m}}$$

6. Usando la tabla adjunta

   a) Mostrar que Be^8 puede desintegrarse en dos partículas α con desprendimiento de 0,1 MeV de energía, pero que el C^{12} no puede desintegrarse en tres partículas α,

   b) Mostrar que la energía desprendida (incluyendo la del fotón) en la reacción $H^2 + He^4 \rightarrow Li^6 + \gamma$ es de 1,5 MeV.

Núcleos:	H^2	He^4	Li^6	Be^8	C^{12}
Energía de Enlace (MeV):	2,22	28,3	31,99	56,5	92,16

Solución

a)

$$Be_4^8 \longrightarrow 2He_2^4 + Q,$$

para que la desintegración sea espontánea $\Delta E_B > 0$

$$\Delta E_B = 2E_B(He_2^4) - E_B(Be_4^8) = (2 \times 28,30 - 56,50)\ \text{MeV} = 0,1\ \text{MeV} > 0,$$

El Be_4^8 se desintegra y los 0,1 MeV que sobran se utilizan como energía cinética.

$$C_6^{12} \longrightarrow 3He_2^4 + Q,$$

$$\Delta E_B = 3E_B\left(He_2^4\right) - E_B\left(C_6^{12}\right) =$$

$$= (3 \times 28,30 - 92,16)\ \text{MeV} = -7,26\ \text{MeV} < 0$$

El C_6^{12} necesita 7,26 MeV para desintegrarse, está más fuertemente enlazado que las tres partículas α.

b)

$$H_1^2 + He_2^4 \rightarrow Li_3^6 + \gamma,$$

$$Q = [M(Li_3^6) - M(He_2^4) - M(H_1^2)]c^2 =$$

$$= -\Delta E_B = E_B(He_2^4) + E_B(H_1^2) - E_B(Li_3^6) =$$

$$= (28,30 + 2,22 - 31,99)\ \text{MeV} = -1,47\ \text{MeV}.$$

La energía de enlace del Li_3^6 es de 1,47 MeV más que la del α y del protón; si la energía del fotón es 0,03 MeV, resulta que sobra

$$(0,03 + 1,47)\ \text{MeV} = 1,5\ \text{MeV},$$

que se utilizan en aumentar la energía cinética del Li_3^6.

2.4. Modelos Nucleares

1. Utilizar la fórmula semiempírica de la masa para determinar la energía de enlace que está disponible si un núcleo de U^{235} captura un neutrón. Esta es la energía que induce la fisión del núcleo de U^{236}.

Solución

$$U^{235} + n \rightarrow U^{236} + Q,$$

de donde $Q = (m(U^{235}) + m_n - m(U^{236}))c^2$.

Al ser U^{235} de A impar, $\delta_{235}(A) = 0$; el U^{236} tiene Z par, N par, por lo que $\delta_{236}(A) = -34A^{-3/4}$.

Aplicando la fórmula, resultan los valores siguientes:

$m(U^{235}) = 235,068$ u.a.m.

$m(U^{236}) = 236,07015$ u.a.m.

de donde $Q = (235,068 + 1,008665 - 236,07015)c^2$.

$$\boxed{Q = 6,07 \text{ MeV}}$$

Como puede observarse al comparar los resultados de las masas del U^{235} y el U^{236}, con los de la tabla de propiedades nucleares, la fórmula semiempírica de la masa no se ajusta bien para los núcleos deformados como es el caso del uranio. Sería necesario añadir otros parámetros.

2. Utilizando la fórmula semiempírica de la masa,

   a) determinar la carga de un núcleo cuya masa es la más pequeña entre los núcleos con mismo valor impar de masa atómica A.

   b) predecir el carácter de la actividad de los siguientes núcleos β-activos: Ag^{103}, Sn^{127} y Cs^{141}.

Solución

a) La carga más pequeña se determina haciendo $dM(A,Z)/dZ = 0$. Operando en la expresión de la fórmula semiempírica de la masa, resulta

$$Z_m = \frac{92,78A}{184 + 1,44A^{2/3}},$$

sustituyendo para los valores del problema, resulta

para Ag_{47}^{103}, $Z_m = 44,3$; en donde se ve que $Z_m < Z$,

para Sn_{50}^{127}, $Z_m = 53,46$; en donde $Z_m > Z$,

para Cs_{55}^{137}, $Z_m = 58,66$; en donde $Z_m > Z$.

b) En general, cuando en un isótopo $Z_m < Z$ este será emisor β^+ y por el contrario cuando $Z_m > Z$ será emisor β^-. Por lo tanto Ag^{103} posee actividad β^+, y Sn^{127} y Cs^{137} poseen actividad β^-.

3. Utilizando la fórmula semiempírica de la masa,

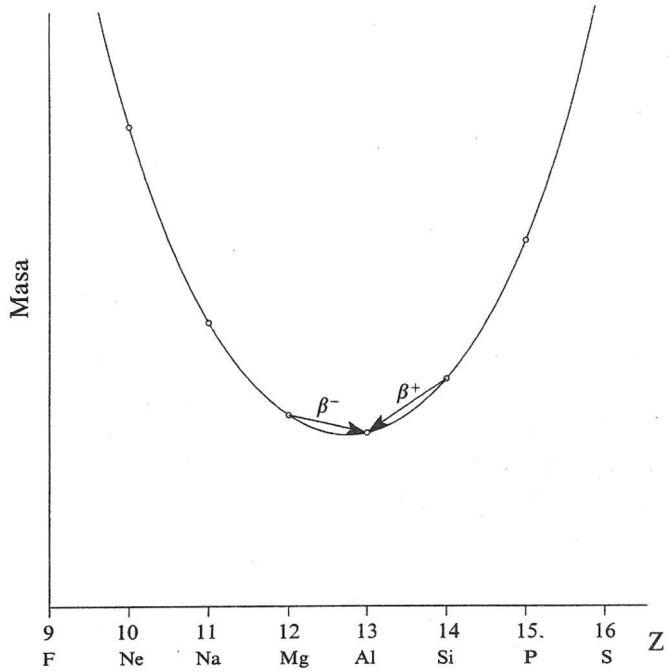
a) evaluar los puntos sobre la parábola de masa = 27 para los únicos tres valores de Z encontrados, Z = 12, 13, 14.

b) ¿Qué valor de Z corresponde al núcleo estable?

c) Encontrar los tipos de decaimientos y las energías para las desintegraciones β de los núcleos inestables.

Solución

a) Como A es impar, $\delta(A) = 0$. Dando valores en la fórmula semiempírica de la masa para $A = 27$, $Z = 12$, 13 y 14, resultan :
$M(27,12) = 26,982$ u.a.m.; $M(27,13) = 26,980$ u.a.m.; y
$M(27,14) = 26,9866$ u.a.m.
Se observa en la gráfica siguiente que el más estable es el Al^{27}. El Mg^{27} decae por emisión β^- y el Si^{27} por emisión β^+.



b) El núcleo estable debe tener un valor de Z que será el mínimo de $M(A,Z)$, es decir, el valor que haga $d(M(A,Z))/dZ = 0$.

$$Z_m = \frac{4a_A + (m_n - m_H)c^2}{2(4a_A + a_C A^{2/3})} A = \frac{92,78A}{184 + 1,44A^{2/3}} = \boxed{12,71}$$

este valor de Z es el más próximo al Al^{27}. Para A impar, sólo hay un núcleo estable.

c) Las diferencias de las masas

$$\left(M(Mg^{27}) - M(Al^{27})\right) c^2 =$$

$$= (26,984341 - 26,981538)c^2 = \boxed{2{,}61 \ \text{MeV}} \ (\text{emisión } \beta^-).$$

$$\left(M(Si^{27}) - M(Al^{27})\right) c^2 =$$

$$= (26,986704 - 26,981538 - 2m_e)c^2 = \boxed{3{,}79 \ \text{MeV}} \ (\text{emisión } \beta^+).$$

Estas son las energías de los emisores β de los núcleos inestables.

4. En el modelo del pozo de potencial, se verifica que

$$N = \frac{V}{3\pi^2}\left(\frac{2m_nE_n}{\hbar^2}\right)^{3/2}, \qquad Z = \frac{V}{3\pi^2}\left(\frac{2m_p(E_p-U)}{\hbar^2}\right)^{3/2},$$

donde E_n y E_p son las energías del neutrón y del protón ocupando el nivel más alto de energía, y U es el potencial electrostático. Comprobar que cuando $N = Z = A/2$, resulta: $E_n = (E_p - U) \approx 38$ MeV.

Solución

$$N/V = \frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{2m_nE_n}{\hbar^2}\right)^{3/2},$$

la densidad nuclear será $\rho_o = A/V$. Si $N = Z = A/2$, la densidad neutrónica será $\rho_n = \frac{1}{2}\rho_o$ tenemos entonces que $A = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_o$, de donde

$$\rho_o = \frac{3A}{4\pi R^3} = \frac{3A}{4\pi(1,1)^3A} = 0,179 \text{ fm}^3, \qquad \text{si } R = 1,1A^{1/3} \text{ fm},$$

por lo tanto

$$\rho_n = \frac{1}{2}\rho_o = 0,090 = N/V = \frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{2m_nE_n}{\hbar^2}\right)^{3/2},$$

lo que implica, despejando E_n y sustituyendo:

$$E_n = \frac{(7,1)^{1/3}\hbar^2}{2m_n} = \boxed{39{,}5 \text{ MeV}}$$

↭

5. ¿Cuáles son los momentos angulares y paridades predichas por el modelo de capas para los estados fundamentales de los núcleos siguientes: C^{12}, B^{11}, Ne^{20}, Al^{27}, Ca^{41} y Ga^{69}.

Solución

Según la figura (1.3), las últimas capas están ocupadas por los siguientes niveles:

$$C_6^{12}: \left\{ \begin{array}{l} Z: (1p_{3/2})^4 \\ N: (1p_{3/2})^4 \end{array} \right\} \text{ par-par } J^P = 0^+,$$

$$B_5^{11}: \left\{ \begin{array}{l} Z: (1p_{3/2})^3 \\ N: (1p_{3/2})^4 \end{array} \right\} \text{ impar-par } J^P = 3/2^- \text{ pues (-1)}^1,$$

$$Ne_{10}^{20}: \left\{ \begin{array}{l} Z: 8 + (1d_{5/2})^2 \\ N: 8 + (1d_{5/2})^2 \end{array} \right\} \text{ par-par } J^P = 0^+,$$

$$Al_{13}^{27}: \left\{ \begin{array}{l} Z: 8 + (1d_{5/2})^5 \\ N: 8 + (1d_{5/2})^6 \end{array} \right\} \text{ impar-par } J^P = 5/2^+ \text{ pues (-1)}^2,$$

$$Ca_{20}^{41}: \left\{ \begin{array}{l} Z: (1d_{3/2})^4 \\ N: 20 + (1f_{7/2})^1 \end{array} \right\} \text{ par-impar } J^P = 7/2^- \text{ pues (-1)}^3,$$

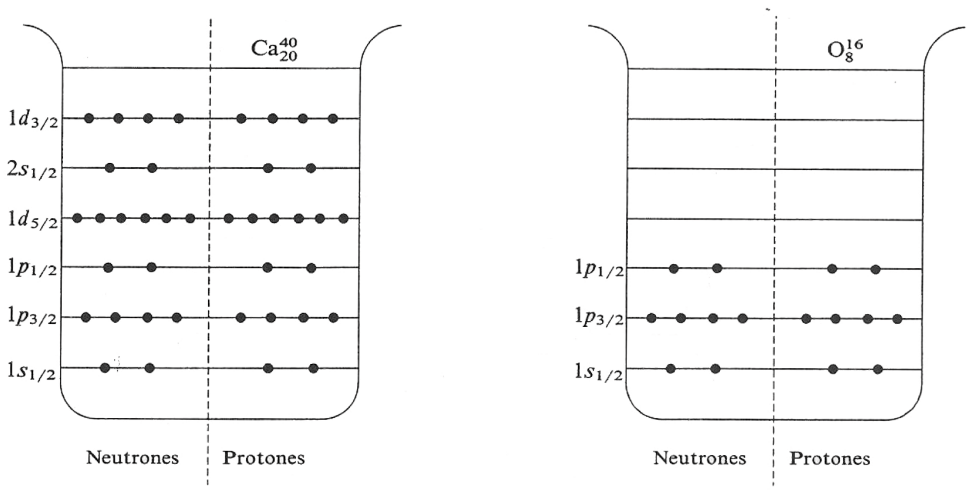
$$Ga_{31}^{69}: \left\{ \begin{array}{l} Z: 28 + (2p_{3/2})^3,\ A - \text{impar} \\ N: 32 + (1f_{5/2})^6,\ Z - \text{impar} \end{array} \right\} J^P = 3/2^- \text{ pues (-1)}^1.$$

↭

6. Hallar la configuración, el espín y la paridad de los núcleos O^{16}, Ca^{40} y Pb^{208}. Representar en un diagrama la colocación de los nucleones.

Solución

Se trata de tres números doblemente mágicos, es decir con número mágico tanto de protones como de neutrones, pues los valores de (Z, N) son respectivamente (8,8), (20,20) y (82,126). Por eso su espín es 0 y su paridad +, o sea que son 0^+. Como se observa en el diagrama, en el O_8^{16} están llenas todas las semicapas hasta la $1p_{1/2}$; en el Ca_{20}^{40}, hasta la $1d_{3/2}$; en el Pb_{82}^{208}, los protones ocupan los niveles hasta los $1h_{11/2}$ y los neutrones hasta los $1i_{13/2}$.



7. Según el llamado modelo de las partículas alfa, un núcleo es un conjunto de partículas alfa ligadas entre sí, más algunos nucleones sueltos. Por ejemplo, el C^{12} se considera formado por tres partículas alfa y el O^{16} por cuatro. Buscando en una tabla los valores de la energía de ligadura, estimar la intensidad del acoplo entre las partículas alfa en estos núcleos. Representar en un diagrama los niveles ocupados por los nucleones e interpretarlos en términos de partículas alfa.

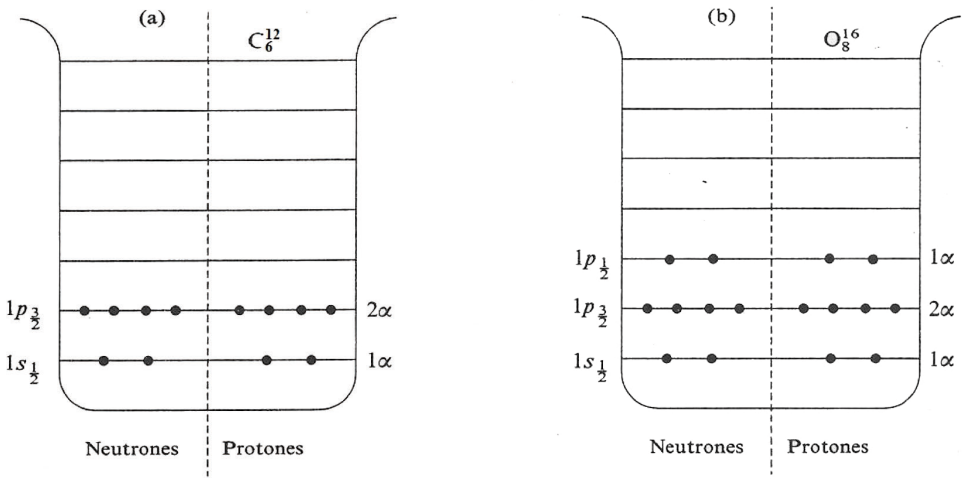
Solución

La energía de ligadura de una partícula alfa es $E_B(\alpha) = 28,3$ MeV. Las de los núcleos C^{12} y O^{16} son 92,2 MeV y 127,5 MeV, respectivamente.

$$E_B(C^{12}) - 3E_B(\alpha) = 92,2 - 84,9 = 7,3; \qquad \frac{7,3}{3} \approx \boxed{2,4 \text{ MeV}}$$

$$E_B(O^{16}) - 4E_B(\alpha) = 127,5 - 113,2 = 14,3; \qquad \frac{14,3}{6} \approx \boxed{2,4 \text{ MeV}}$$

Como hay tres posibles enlaces entre tres alfas, es necesario que cada uno tenga aproximadamente 2,4 MeV, en el caso del carbono. En el caso del oxígeno, hay seis enlaces que tendrán la misma energía.



En (a), los cuatro nucleones en $1s_{1/2}$ se pueden considerar como 1α y los ocho en $1p_{3/2}$, como 2α. En (b) el proceso de llenado es el mismo para el O^{16}, y se puede considerar 1α en el primer nivel, 2α en el segundo, y 1α en el tercero.

8. Demostrar que si el protón se considera como un cuerpo uniforme cuyo número cuántico de momento angular es $s = 1/2$, su momento magnético absoluto es igual a $\frac{1}{2}\sqrt{3}\mu_N$

Solución

El magnetón nuclear es: $\mu_N = e\hbar/2m_p$, siendo m_p = masa del protón.

La relación giromagnética: $\gamma = e/2m_p$. Si una carga se mueve con un momento angular S, su momento magnético vale $\mu = eS/2m_p$.

El valor propio del cuadrado del momento angular es $j(j+1)\hbar^2$. En este caso, se trata del espín de un protón, por lo que hay que tomar $j = s = 1/2$, y por lo tanto,

$$S = \sqrt{s\,(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar,$$

y su momento magnético :

$$\mu = \frac{e\sqrt{3}}{4m_p}\hbar,$$

como $\mu_N = e\hbar/2m_p$, resulta:

$$\boxed{\mu = \tfrac{\sqrt{3}}{2}\mu_N}\ c.q.d.$$

↭

9. Utilizando el modelo de capas, determinar los momentos magnéticos de los núcleos H^3 y He^3 en el estado fundamental.

Solución

a) El H^3 tiene un protón y dos neutrones: el protón es impar. Observando la figura (1.3), se ve que los tres nucleones están en el nivel $1s_{1/2}$, luego $J = 1/2$, $l = 0$; $J = l + 1/2$, y $g_l = 1$. Se aplica la fórmula (1.5)

$$\mu = (J - 1/2)g_l + 1/2g_s = 1/2g_s = 2,79.$$

b) El He^3 tiene dos protones y un neutrón: El neutrón es impar. De la figura (1.3), se ve que los tres nucleones están en el nivel $1s_{1/2}$. $J = 1/2$; $l = 0$; $J = l + 1/2$, y $g_l = 0$.
Se aplica la fórmula (1.5)

$$\mu = 1/2g_s = -1,91.$$

Por lo tanto

$$\boxed{H^3\text{: } \mu = 2,79\ \mu_N}$$

$$\boxed{He^3 : \mu = -1,91\ \mu_N}$$

Los valores experimentales son

$$H^3 : \mu = 2,7789\ \mu_N,$$

$$He^3 : \mu = -2,1276\ \mu_N.$$

↭

↭

3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular el valor de n de la órbita muónica de cualquier átomo muónico que se encuentre justo en el interior de la capa electrónica K.

2. Las energías de enlace de los núcleos espejo B^{11} y C^{11} son 76,205 MeV y 73,443 MeV respectivamente. Suponiendo que la diferencia es debida solamente al efecto de Coulomb y que la carga del protón está uniformemente repartida en toda la esfera de radio r_c,

   a) Calcular r_c.

   b) Esta es una manera fácil de estimar el tamaño de los núcleos. Comparar r_c con el valor de $r = 1{,}1\,A^{1/3}$ fm y comentar la diferencia.

3. Dados los siguientes valores de dobletes (u.a.m.), determinar el valor correspondiente a la masa de Cl^{37} y de O^{16}. Considerar $m(D) = 2m(H)$

   $C_3H - Cl^{37} = 0,0419222.$

   $C_2D_8 - Cl_{37}H_3 = 0,123436$

   $C_3H_6O_2 - Cl_2^{37} = 0,1049742.$

4. Dados los siguientes defectos de masa, encontrar las correspondientes masas atómicas:

   a) Na^{24} : $-$ 8,418 MeV.

   b) Sm^{144} : $-$ 81,976 MeV.

   c) Pu^{240} : $+$ 50,120 MeV.

5. Calcular la energía necesaria para dividir un núcleo de He^4 en:

   a) $H^3 + p$.

   b) $He^3 + n$.

   c) Explicar la diferencia entre estas energías en función de las propiedades de las fuerzas nucleares.

6. ¿Qué energía se necesitará para dividir a un núcleo de O^{16} en una partícula α y un núcleo de C^{12}? Las energías de enlace del O^{16}, C^{12} y He^4 son: 127,62; 92,16; y 28,30 MeV respectivamente.

7. Calcular la energía de enlace total y la energía de enlace por nucleón de los siguientes núclidos:
   Li^7, Ne^{20}, Fe^{56} y U^{235}.

8. Según el modelo nuclear de capas, cuáles serán los espines y la paridad de los siguientes núcleos en el estado fundamental: Si^{29}, K^{39}, Sc^{45} y Cu^{63}.

9. Usando la fórmula semiempírica de la masa, expresión(1.2), averiguar si el nucleido radiactivo Te^{129} es un emisor β^+ ó β^-.

10. ¿Qué nucleidos son estables con masa $A = 36$? Considerando la zona $13 \leqslant Z \leqslant 20$.

11. Determinar el espín y la paridad de los núcleos N^{14} y N^{15}.

12. Usando el modelo del gas de Fermi y la figura (1.2), estimar la energía de Fermi de los nucleones y la profundidad del potencial nuclear.

13. Utilizando el modelo de capas, determinar los momentos magnéticos de los núcleos: O^{17} y K^{39} en el estado fundamental.

TEMA 2

RADIACTIVIDAD

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

La Radiactividad es la propiedad que tienen algunos nucleidos inestables de transformarse en otros más estables emitiendo partículas o radiación.

1.1. Leyes de la desintegración radiactiva

Si hay N núcleos radiactivos en el instante t, y en la muestra no se generan nuevos núcleos, el número de los que decaen por unidad de tiempo es proporcional a N. Es decir, si decaen dN en el tiempo dt :

$$\lambda = -\frac{(dN/dt)}{N},$$

donde λ se llama *constante de desintegración* y representa la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo.

Integrando, resulta

$$N(t) = N_o e^{-\lambda t}, \tag{2.1}$$

que es la llamada ley exponencial de desintegración radiactiva.

En la figura (2.1) puede verse esta ley exponencial de desintegración.

N_o es el número de núcleos presentes en $t = 0$. $N(t)$ es el número de núcleos que quedan al cabo de un tiempo t. El tiempo necesario para que se desintegre la mitad de ellos viene representado por el *periodo de semidesintegración* $T_{1/2}$ o simplemente *periodo.* Haciendo

$$N = \frac{N_o}{2} \Longrightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

La *vida media*, τ, es el tiempo medio que sobrevive un núcleo antes de desin-

tegrarse. Puede demostrarse que vale

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

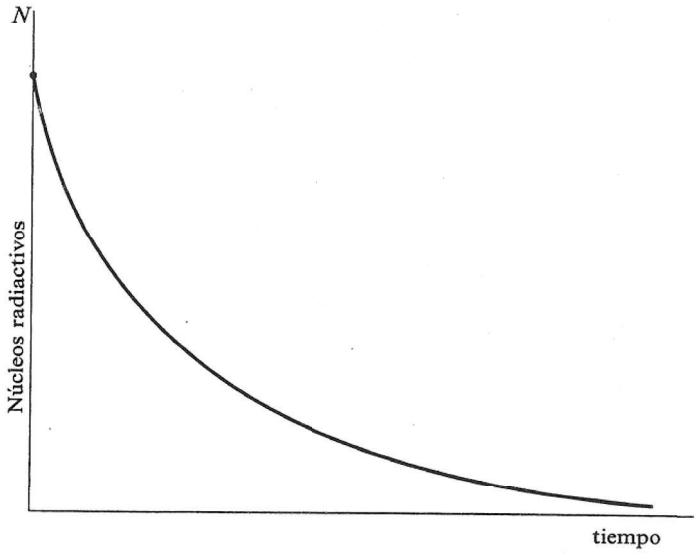


Figura 2.1. Ley exponencial de la desintegración

Es más práctico utilizar la *actividad, A* (número de desintegraciones por segundo) $A = \lambda N$, que es la velocidad a la cual se desintegra una muestra radiactiva

$$A(t) = \lambda N(t) = A_o e^{-\lambda t}, \tag{2.2}$$

siendo $A_o = \lambda N_o$, la actividad inicial.

La unidad de medida de la actividad es el becquerelio: 1 Bq = 1 des/s. Otra unidad muy utilizada es el curio: 1 Ci $= 3,7 \times 10^{10}$ Bq.

Cuando un núcleo se desintegra en otro que es también radiactivo, y éste en otro, etc., se tiene una cadena o serie radiactiva $1 \to 2 \to 3 \to$ .....

El núcleo padre disminuye según $dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$. El siguiente aumenta como resultado de la desintegración del padre, pero al mismo tiempo disminuye según su propia constante λ_2. Entonces, resulta $dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt$.

Resolviendo las ecuaciones se llega a

$$N_2(t) = \frac{N_o \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right), \tag{2.3}$$

suponiendo que las condiciones iniciales son : $N_2(0) = 0, \;\; N_1(0) = N_o$.

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2 = N_o \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right), \tag{2.4}$$

así puede continuarse la cadena para $N_3, ...$

Datación radiactiva

La ley de desintegración radiactiva puede ser útil en aplicaciones tales como la **datación**. La datación consiste en analizar una pieza de un determinado material y deducir la edad que tiene. Esto puede hacerse por medio del C^{14}.

El C^{14} es un isótopo del C^{12} con periodo de semidesintegración de 5.730 años y se produce en la atmósfera a causa de las colisiones de los rayos cósmicos con el N^{14}. El carbono natural es absorbido por sustancias orgánicas en forma de CO_2, y en él hay siempre la misma proporción de C^{14}. Al morir el organismo deja de absorberse el CO_2 y teniendo en cuenta la proporción de C^{14} que queda al cabo del tiempo transcurrido, se puede deducir la edad.

Hay otros isótopos, además del C^{14}, útiles para medir tiempos geológicos, como el K^{40}, el In^{115} y el Rb^{89}, todos ellos con periodos muy largos.

Equilibrio radiactivo

a) $\lambda_1 \ll \lambda_2$

El padre con periodo muy largo, se desintegra de manera aproximadamente constante, $e^{-\lambda_1 t} \approx 1$ y $N_1 \approx N_o$

$$N_2(t) = \frac{N_o \lambda_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}),$$

para tiempos largos, $e^{-\lambda_2 t} \approx 0$, y resulta que ambos se desintegran a la misma velocidad: $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$. Este es un ejemplo de *equilibrio secular.*

b) $\lambda_1 < \lambda_2$

La relación entre las actividades es de la forma

$$\frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1} = \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)},$$

para tiempos largos.

El núcleo 2 se desintegra con velocidad ligeramente mayor que el núcleo 1. Esta situación se conoce como *equilibrio transitorio.*

c) $\lambda_1 > \lambda_2$

En este caso el núcleo padre se desintegra más rápidamente y la actividad del hijo aumenta hasta un máximo y luego disminuye según su constante λ_2. Para t grande, $e^{-\lambda_1 t}$ desaparece también, y la ecuación (2.3) se transforma en

$$N_2(t) = \frac{N_o \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t}.$$

Cuando un núcleo inestable experimenta un proceso de **desintegración radiactiva** , se transforma en otro núcleo que posee o conducirá a una configuración más estable. Esto lo puede hacer mediante la emisión de partículas (α, β) donde el núcleo hijo es una especie nuclear distinta , o bien emitiendo radiación electromagnética (γ) y el núcleo hijo es de la misma especie. El balance energético de la desintegración será

$$Q = (m_p - m_d - m_e)\, c^2 = E_R + E_e + E_{niv.}, \tag{2.5}$$

siendo m_p la masa del padre, m_d la masa del hijo, m_e la masa de las partículas emitidas, E_R la energía cinética de retroceso del núcleo, E_e la de las partículas emitidas y $E_{niv.}$ la energía de excitación del hijo, si después de la desintegración no se queda en su estado fundamental.

1.2. Tipos de desintegración

Desintegración α

La partícula alfa es el núcleo del He^4. El proceso de emisión es el siguiente

$$X_Z^A \rightarrow Y_{Z-2}^{A-4} + He_2^4.$$

Esto ocurre en núcleos con $A > 140$, porque la partícula α forma un sistema fuertemente enlazado. Un ejemplo: $Ra_{88}^{226} \rightarrow Rn_{86}^{222} + \alpha$. Las energías cinéticas con las que salen las partículas α en el proceso son altas.

Reglas de Selección

Si l_α es el momento angular de la partícula α emitida en la desintegración, su valor será $l_\alpha = |J_i - J_f|$, donde J_i es el momento angular total del estado inicial e J_f el del estado final. El cambio de paridad en la transición, $\triangle P$, viene dado por $(-1)^{l_\alpha}$.

Desintegración β

Ocurre en núcleos que tienen neutrones o protones en exceso. Es un proceso de interacción débil. Se emite siempre un neutrino o antineutrino. Hay tres tipos de desintegración beta:

a) Desintegración β^- : $n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$

$$X_Z^A \rightarrow Y_{Z+1}^A + e^- + \overline{\nu}_e,$$

b) Desintegración β^+ : $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$

$$X_Z^A \rightarrow Y_{Z-1}^A + e^+ + \nu_e,$$

c) Captura Electrónica, (C.E.): $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

$$X_Z^A + e^- \rightarrow Y_{Z-1}^A + \nu_e,$$

En todos ellos se conserva el número másico $A = Z + N$.

Reglas de Selección

Transiciones permitidas: $\triangle J = |J_i - J_f| = 0, 1$; cambio de paridad, $\triangle P \Rightarrow$ no

Hay una serie de transiciones denominadas "prohibidas". La designación de transiciones "prohibidasïndica que dichas transiciones son mucho menos probables

que las permitidas (y por tanto con vida media más larga). Se clasifican de la siguiente manera, en orden de probabilidad decreciente

1^a Prohibida $\longrightarrow \triangle J = 0, 1, 2 \;\; \triangle P \Rightarrow$ si.

2^a Prohibida $\longrightarrow \triangle J = 2, 3 \;\; \triangle P \Rightarrow$ no.

3^a Prohibida $\longrightarrow \triangle J = 3, 4 \;\; \triangle P \Rightarrow$ si.

4^a Prohibida $\longrightarrow \triangle J = 4, 5 \;\; \triangle P \Rightarrow$ no.

Diagrama de Kurie

La probabilidad de encontrar un electrón con un momento comprendido entre p y $p + dp$ es:

$$P(p)\,dp \sim p^2 F(Z,E)\,(E_o - T)\left[(E_o - T)^2 - \left(m_\nu c^2\right)^2\right]^{1/2} dp,$$

donde el factor de Fermi, $F(Z,E)$, es un factor de corrección de la barrera de Coulomb , y está tabulado. Tomando la masa del neutrino $m_\nu = 0$ y representando

$$\sqrt{\frac{P(p)\text{exp}}{F(Z,E)\,p^2}} \quad \text{en función de la energía } (E \text{ ó } T),$$

donde $P(p)_{exp}$ es el número de partículas medidas por unidad de intervalo de momento, tenemos el denominado diagrama de Kurie ó Fermi-Kurie.

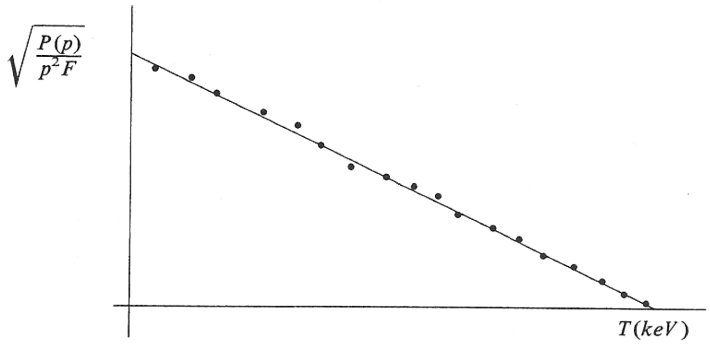


Figura 2.2. Diagrama de Kurie

Esta gráfica sirve para comprobar la teoría de Fermi del proceso β y además obtener información de si el proceso está permitido o prohibido.

En el caso de las transiciones permitidas da una línea recta, en el caso de las prohibidas saldría una recta si se tiene en cuenta el factor de forma S que depende de la transición.

El espectro de las betas es un espectro contínuo, ya que en cado proceso existe un reparto de energía entre el electrón/positrón y el antineutrino/neutrino. El límite del espectro llega hasta $T_{max} \approx Q$ cuando $T_\nu = 0$. La espectro cambiaría en el límite si el neutrino tuviera masa, ya que hasta ahora se ha supuesto m_ν=0.

Para precedir la masa del neutrino, se traza el plot de Kurie y se comprueba el punto de T_{max} de la desintegración beta comparándolo con la Q de la desintegración. El conocimiento de la masa del neutrino es importante ya que puede servir para explicar en parte la materia oscura del universo.

Desintegración γ

En este caso no se emite ninguna partícula con masa. Un estado excitado decae a otro más bajo o al fundamental emitiendo un fotón γ con energía igual a la diferencia de energías entre los dos estados.

$$X_Z^{A\,*} \longrightarrow X_Z^A + \gamma.$$

Suele aparecer acompañando a las desintegraciones alfa y betas.

Reglas de Selección

Sea L el grado de multipolaridad:

$|J_i - J_f| \leqslant L \leqslant J_i + J_f \qquad (\text{no } L = 0)$

$\triangle P \Rightarrow \text{no} \longrightarrow$ eléctrica par $(E2, E4....)$, magnética impar $(M1, M3....)$

$\triangle P \Rightarrow \text{si} \longrightarrow$ eléctrica impar $(E1, E3....)$, magnética par $(M2, M4....)$

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Leyes de la desintegración radiactiva

1. ¿Qué proporción de U^{235} estaba presente,

   a) En una roca formada hace 3×10^6 años, dado que la proporción actual de U^{235} a U^{238} es de 1/140?

   b) ¿Y en una roca formada hace 5×10^9 años (edad de la tierra)? $T_{235} = 7,2 \times 10^8$ años. $T_{238} = 4,5 \times 10^9$ años.

Solución

Utilizando la fórmula (2.1) tenemos que

$$N_{235} = N_o(U^{235})\, e^{-\frac{\ln\lambda}{235}t},$$

$$N_{238} = N_o(U^{238})\, e^{-\frac{\ln\lambda}{238}t},$$

la relación de núcleos iniciales será

$$\frac{N_o(U^{235})}{N_o(U^{238})} = \frac{N_{235}}{N_{238}}\,\frac{e^{-\frac{\ln\lambda}{238}t}}{e^{-\frac{\ln\lambda}{235}t}},$$

a) $t = 3 \times 10^6$ años

$$e^{-\frac{\ln\lambda}{235}t} = 0,9971,$$

$$e^{-\frac{\ln\lambda}{238}t} = 0,9995,$$

$$\frac{N_o(\mathrm{U}^{235})}{N_o(\mathrm{U}^{238})} = \frac{1}{140}\,\frac{0,9995}{0,9971} = 7,16 \times 10^{-3} = \boxed{\frac{1}{139,7}}$$

b) $t = 5 \times 10^9$ años

$$e^{-\frac{\ln\lambda}{235}t} = 8,119 \times 10^{-3},$$

$$e^{-\frac{\ln\lambda}{238}t} = 0,463,$$

$$\frac{N_o(U^{235})}{N_o(U^{238})} = \frac{1}{140}\,\frac{0,463}{8,119 \times 10^{-3}} = 0,407 = \boxed{\frac{1}{2{,}45}}$$

Se observa que cada vez hay mayor proporción de U^{235}, al ir alejándonos en el tiempo.

↭

2. La cadena radiactiva del Th^{232} conduce al Pb^{208} estable. Se dispone de una roca que contiene 3,65 g de Th^{232} y 0,75 g de Pb^{208}.¿Cuál será la edad de la roca deducida a partir de la relación Th/Pb? $T_{1/2} = 27$ días.

Solución

$$Th^{232} \xrightarrow{\lambda} \ldots\ldots\ldots \rightarrow\ Pb^{208}$$

El número de núcleos de Th^{232} contenidos en 3,65 g es

$$N_1 = \frac{m\,N_A}{A} = \frac{3,65 \times 6,023 \times 10^{23}}{232} = 9,47 \times 10^{21} \text{ núcleos de } Th^{232},$$

en 0,75 g de Pb^{208}, hay

$$N_2 = \frac{0,75 \times 6,023 \times 10^{23}}{208} = 2,17 \times 10^{21} \text{ núcleos de } Pb^{208}.$$

Recordando la fórmula (2.1),

$$N_1 = N_0\,e^{-\lambda t};\ \ N_0 = N_1 + N_2; \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T} = 0,0256\ \mathrm{d}^{-1},$$

$$e^{-\lambda t} = \frac{N_1}{N_0} = \frac{9,47}{11,64} = 0,814,$$

entonces la edad de la roca será

$$t = \frac{\ln(0,814)}{-\lambda} = \boxed{8{,}06 \ \text{d}}$$

3. Se tiene una especie radiactiva X_1 cuyo periodo es de 2 h. Esta especie se desintegra en otra X_2 con periodo de 10 h. Esta segunda especie se desintegra a su vez en una tercera X_3 que es estable. Suponiendo que el número de átomos de la 1^a especie es $N_1(0) = 50{,}000$ en el instante inicial, y que en dicho instante no existen de las otras especies, calcular:

   a) La actividad inicial de la especie X_1.
   b) La cantidad de la especie X_2 que existe al cabo de 1 h.
   c) La actividad de la especie X_2 al cabo de 1 h
   d) La masa de la especie X_1 al cabo de 5 h, suponiendo que su masa atómica es 97.

Solución

$$X_1 \xrightarrow{\lambda_1} X_2 \xrightarrow{\lambda_2} X_3$$

$$N_1(0) = 50000,$$
$$\lambda_1 = 0,346 \ \text{h}^{-1},$$
$$\lambda_2 = 0,0693 \ \text{h}^{-1}.$$

a) Teniendo en cuenta la ecuación (2.2)

$$A_1(0) = \lambda_1 N_1(0) = 0,346 \times 50000 = 17325 \ \text{d/h},$$

$$A_1(0) = \boxed{4{,}8 \ \text{Bq}}$$

b) Según la expresión (2.3)

$$N_2(t) = \frac{N_1(0)\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right),$$

$$N_2(1 \ \text{h}) = \frac{50000 \times 0,346}{0,0693 - 0,346}(e^{-0,346} - e^{-0,0693}) = \boxed{14121} \ \text{núcleos de X}_2,$$

c) Utilizando la expresión (2.2) y el valor obtenido en el apartado (a) para $N_2(1\text{ h})$

$$A_2(1\text{ h}) = \lambda_2\, N_2(1\text{ h}) = 0,0693 \times 14121 = 978,6\text{ d/h},$$

$$A_2(1\text{ h}) = \boxed{0{,}27\text{ Bq}}$$

d) Tenemos que calcular el número de núcleos que hay de la especie X_1 al cabo de 5h.

$$N_1(5\text{h}) = N_1(0)\, e^{-\lambda_1,5} = 50000\, e^{-0,346,5} = 8864,2\text{ núcleos},$$

$$N_1(5\text{h}) = \frac{m_1(5\text{ h})\, N_A}{A} \Rightarrow m_1(5\text{h}) = \frac{N_1(5\text{ h})\, A}{N_A},$$

$$m_1(5\text{h}) = \frac{8864,2 \times 97}{6,023 \times 10^{23}} = \boxed{1{,}43\times10^{-18}\text{ g}}\text{ de } X_1 \text{ a las 5h.}$$

4. El Pd^{98} se desintegra por emisión de positrones en Rh^{98}, que también es radiactivo. Sus periodos respectivos son de 17 y 8,7 m. Encontrar la actividad máxima del 2^o nucleido en función de la inicial de la preparación, si en el momento inicial había sólo del 1^o elemento. Es decir: Determinar $A_2(max)/A_1(0)$.

Solución

Según la expresión (2.4)

$$A_2 = N_o \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right);$$

$$\lambda_1 = 0,0407\text{ m}^{-1};\ e^{-\lambda_1 t_{max}} = 0,496,$$
$$\lambda_2 = 0,0796\text{ m}^{-1};\ e^{-\lambda_2 t_{max}} = 0,254,$$

para hallar la actividad máxima se deriva la expresión

$$\frac{dA_2}{dt} = \frac{A_1(0)\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(-\lambda_1\, e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2\, e^{-\lambda_2 t}\right), \text{ que será 0 en el máximo,}$$

$$\frac{dA_2}{dt} = 0 \Longrightarrow \lambda_2\, e^{-\lambda_2 t_{max}} = \lambda_1\, e^{-\lambda_1 t_{max}}\ ;\quad t_{max} = \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 17,22\text{ m},$$

$$\frac{A_2(max)}{A_1(0)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t_{max}} - e^{-\lambda_2 t_{max}}\right) =$$

$$= \frac{0,0796}{0,0796 - 0,0407}\left(0,496 - 0,254\right),$$

$$\frac{A_2(max)}{A_1(0)} = \boxed{0{,}49}$$

5. Entre los productos radiactivos que se emiten en un accidente nuclear, están el I^{131} (T_I = 8 días) y el Cs^{137} (T_{Cs} = 30 años). Hay unas 5 veces más átomos de Cs^{137} que de I^{131} producidos en la fisión.

   a) ¿Al cabo de cuánto tiempo a partir del accidente tendrán la misma actividad?

   b) ¿Qué isótopo contribuye con mayor actividad a la nube radiactiva, transcurrido el primer día? Suponer que el reactor está operando durante varios días antes de producirse el accidente.

   c) De los productos de fisión, aproximadamente el 1 % es I^{131}, y cada fisión produce 200 MeV. Suponiendo el reactor con una potencia de 1000 MW, calcular la actividad del I^{131} después de 24 h de operación.

Solución

$$\lambda_I = 0,086 \text{ d}^{-1},$$

$$\lambda_{Cs} = 6,33 \times 10^{-5} \text{ d}^{-1}$$

$$N_{Cs}(0) = 5\, N_I(0),$$

$$A_I(0) = \lambda_I N_I(0),$$

$$A_{Cs}(0) = \lambda_{Cs} N_{Cs}(0) = \lambda_{Cs}\, 5\, N_I(0),$$

$$A_I(t) = A_I(0)\, e^{-\lambda_I t},$$

$$A_{Cs}(t) = A_{Cs}(0)\, e^{-\lambda_{Cs} t} = \lambda_{Cs} 5\, N_I(0)\, e^{-\lambda_{Cs} t}.$$

a) Para que tengan la misma actividad

$$\frac{A_I(t)}{A_{Cs}(t)} = 1 \implies \frac{\lambda_I N_I(0)\, e^{-\lambda_I t}}{\lambda_{Cs} 5\, N_I(0)\, e^{-\lambda_{Cs} t}} = 1,$$

$$\lambda_I - \lambda_{Cs} \approx \lambda_I; \qquad t = \frac{\ln\left(\lambda_I / 5\lambda_{Cs}\right)}{\lambda_I} = \frac{5,60}{0,086} = \boxed{65{,}2 \text{ d}}$$

Al cabo de 65,2 días tendrán la misma actividad.

b) Pasado el primer día

$$\frac{A_I(1\text{ d})}{A_{Cs}(1\text{ d})} = \frac{\lambda_I\, e^{-\lambda_I,1}}{5\,\lambda_{Cs}\, e^{-\lambda_{Cs},1}} = \frac{0,086\, e^{-0,086}}{5 \times 6,33 \times 10^{-5}\, e^{-6,33\times 10^{-5}}} = \boxed{249{,}3}$$

Contribuye más el I^{131}.

c) $P = 1000$ MW $= 10^9$ W $= 10^9$ J/s $= 6,25 \times 10^{21}$ MeV/s,
1 % de $P = 6,25 \times 10^{19}$ MeV/s, potencia debida al I^{131} en el momento del accidente.

$$A_I(0) = \frac{P(I^{131})}{\text{Energía en cada fisión}} = \frac{6,25 \times 10^9 \text{ MeV/s}}{200 \text{ MeV}} = 3,125 \times 10^{17} \text{ Bq},$$

$$A_I(1\text{ d}) = A_I(0)\, e^{-\lambda_I \times 1} = 3,125 \times 10^{17}\, e^{-0,086}$$

$$A_I(1\text{ d}) = \boxed{2,86 \times 10^{17} \text{ Bq}}$$

$\leftrightsquigarrow$

2.2. Desintegraciones alfa y beta

1. Clasificar las siguientes desintegraciones por su grado de prohibición

a)

$$Sr^{89}(\tfrac{5^+}{2}) \longrightarrow Y^{89}(\tfrac{1^-}{2}),$$

b)

$$Cl^{36}(2^+) \longrightarrow Ar^{36}(0^+),$$

c)

$$Al^{26}(5^+) \longrightarrow Mg^{*26}(2^+),$$

d)

$$Zr^{97}(\tfrac{1^+}{2}) \longrightarrow Nb^{*97}(\tfrac{1^-}{2}),$$

Solución

$$a)\quad \left.\begin{array}{l} J_i = \frac{5}{2},\ P_i = + \\ J_f = \frac{1}{2},\ P_f = - \end{array}\right\} \triangle J = 2,\ \triangle P = \text{Si} \Rightarrow 1^a \text{ Prohibida.}$$

$$b)\quad \left.\begin{array}{l} J_i = 2,\ P_i = + \\ J_f = 0,\ P_f = + \end{array}\right\} \triangle J = 2,\ \triangle P = \text{no} \Rightarrow 2^a \text{ Prohibida.}$$

$$c)\quad \left.\begin{array}{l} J_i = 5,\ P_i = + \\ J_f = 2,\ P_f = + \end{array}\right\} \triangle J = 3,\ \triangle P = \text{no} \Rightarrow 2^a \text{ Prohibida.}$$

$$d)\quad \left.\begin{array}{l} J_i = \frac{1}{2},\ P_i = + \\ J_f = \frac{1}{2},\ P_f = - \end{array}\right\} \triangle J = 0,\ \triangle P = \text{Si} \Rightarrow 1^a \text{ Prohibida.}$$

↭

2. Se ha encontrado que una muestra de óxido de uranio (U_3O_8), recién preparada a partir de un mineral de uranio, emite 20,5 partículas α por mg y por s. Comentar este resultado. $\lambda_{238} = 4,8 \times 10^{-18}$ s^{-1}.

Solución

$A(U^{238}) = 20,5\ \alpha$/mg.s; Sabemos que $A = \lambda N$, así que podemos saber el número de núcleos que tiene

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{20,5}{4,8 \times 10^{-18}} = 4,27 \times 10^{18} \text{ núcleos/mg,}$$

como hay tres átomos en cada molécula de óxido de uranio

$$N = 1,42 \times 10^{18} \text{ moléculas/mg.}$$

Se calcula ahora la masa de óxido de uranio:

$$m_{molecular} = 3 \times 238 + 8 \times 16 = 842 \text{ u.a.m.,}$$

Esto corresponde a:

$$N = \frac{m\,N_A}{m_{mol}} \Rightarrow m = \frac{N\,m_{mol}}{N_A} = \frac{1,42 \times 10^{18} \times 842}{6,023 \times 10^{23}} = 1,98 \ \text{ mg}.$$

Lo que nos lleva a un contrasentido, pues es imposible que la muestra sea de 1 mg.

3. El Pu^{238} se desintegra por emisión α según la reacción

$$Pu^{238} \longrightarrow U^{234} + \alpha + 5,49 \ \text{ MeV},$$

con periodo de 128 años. Siendo el del U^{234} de $2{,}5 \times 10^5$ años. Estimar la masa inicial de Pu^{238} necesaria para suministrar un mínimo de 1 kW de calor cuando hayan pasado 50 años.

Solución

$$Q = 5,49 \ \text{ MeV},$$

$$\lambda_{238} = 5,41 \times 10^{-3} \ \text{a}^{-1} = 1,72 \times 10^{-10} \ \text{s}^{-1},$$

$$\lambda_{234} = 2,77 \times 10^{-6} \ \text{a}^{-1} = 8,8 \times 10^{-14} \ \text{s}^{-1},$$

$$P = 1 \ \text{kW} = 10^3 \ \text{W} = 6,24 \times 10^{21} \ \text{eV/s} = 6,24 \times 10^{15} \ \text{MeV/s}.$$

La potencia calorífica producida, debida a la emisión de la partícula α será

$$P = A_{238}\,Q = \lambda_{238} N\,Q,$$

como

$$N = \frac{m_{Pu}\,N_A}{A} = \frac{m_{Pu}\,6,023 \times 10^{23}}{238},$$

tenemos que

$$P = 1,72 \times 10^{-10}\,\frac{m_{Pu}\,6,022 \times 10^{23}}{238}\,5,49 = 2,39 \times 10^{12}\,m_{Pu} =$$

$$= 6,24 \times 10^{15} \ \text{MeV/s},$$

$$m_{Pu} = \frac{6,24 \times 10^{15}}{2,39 \times 10^{12}} = 2610 \text{ g} = 2,61 \text{ kg}.$$

Al cabo de 50 años y utilizando la ecuación (2.1),

$$\frac{N}{N_o} = e^{-\lambda_1 t} = e^{-5,41 \times 10^{-3} \times 50} = 0,76.$$

Al paso de los 50 años se ha reducido 0,76, por lo que inicialmente había

$$\frac{2,61}{0,76} = \boxed{3{,}43 \text{ kg}} \text{ de } Pu^{238}.$$

El producto U^{234} se desintegra tan lentamente, que su desintegración se considera despreciable.

↭

4. Un cierto número de núcleos pueden desintegrarse por emisión de un electrón, por emisión de un positrón o por captura electrónica. El Cu^{64} es uno de tales núcleos. A partir de las masas atómicas, calcular:

   a) Las energías cinéticas máximas del β^+ y del β^-.

   b) La energía del neutrino en la captura del electrón.

Solución

Con los datos de las masa atómicas obtenidos de la tabla:

$M(Cu^{64}_{29}) = 63,929767$ u.a.m.

$M(Ni^{64}_{28}) = 63,927969$ u.a.m.

$M(Zn^{64}_{30}) = 63,929146$ u.a.m.

a)

$$Cu^{64}_{29} \longrightarrow Zn^{64}_{30} + \beta^- + \overline{\nu}_e + Q.$$

Aplicando la expresión (2.5) a este caso particular y teniendo en cuenta que los cálculos son con masas atómicas:

$$Q = \left[M\left(Cu_{29}^{64}\right) - M\left(Zn_{30}^{64}\right)\right] c^2 = (63,929767 - 63,929146)\, c^2 =$$

$$= 6,21 \times 10^{-4}\, c^2,$$

$$Q = 0,578 \text{ MeV}.$$

Considerando la energía de retroceso del Zn igual a cero y la energía cinética del neutrino también cero, $E_{cmax}(\beta^-) = Q$

$$E_{cmax}(\beta^-) = \boxed{0{,}578 \text{ MeV}}$$

$$Cu_{29}^{64} \longrightarrow Ni_{28}^{64} + \beta^+ + \nu_e + Q.$$

En este caso

$$Q = \left[M\left(Cu_{29}^{64}\right) - M\left(Ni_{28}^{64}\right) - 2m_e\right] c^2 =$$

$$= (63,929767 - 63,927969)\, c^2 - 2 \times 0,511 =$$

$$= 1,798 \times 10^{-3}\, c^2 - 1,022 = 1,675 - 1,022 = 0,653 \text{ MeV}.$$

Haciendo las mismas consideraciones que en el caso anterior

$$E_{cmax}(\beta^+) = \boxed{0{,}653 \text{ MeV}}$$

b)

$$Cu_{29}^{64} + e^- \longrightarrow Ni_{28}^{64} + \nu_e + Q + E_b,$$

Siendo E_b la energía de enlace del electrón, que vamos a considerar 0.

$$Q = \left[M\left(Cu_{29}^{64}\right) - M\left(Ni_{28}^{64}\right)\right] c^2$$

$$= (63,929767 - 63,927969)\, c^2 = 1,798 \times 10^{-3}\, c^2,$$

$$Q = 1,675 \text{ MeV},$$

$$E_c(\nu) = \boxed{1{,}675 \text{ MeV}}$$

5. El Bi^{212} se desintegra por emisión α (36 %) y por emisión β (64 %), según las siguientes cadenas:

$$Bi^{212} \xrightarrow{\alpha} Tl^{208} \xrightarrow{\beta} Pb^{208} \qquad (36\,\%),$$

$$Bi^{212} \xrightarrow{\beta} Po^{212} \xrightarrow{\alpha} Pb^{208} \qquad (64\,\%).$$

Periodos:

$Bi^{212} \rightarrow T_1 = 60,5$ m, $Po^{212} \rightarrow T_2 = 0,3$ μs, $Tl^{208} \rightarrow T_3 = 3,1$ m y el Pb^{208} es estable.

a) ¿Cuál es la actividad α de una muestra de 10^{-7} g de Bi^{212}?

b) ¿Cuál es la actividad β ?

c) ¿Cuáles son las actividades α y β después de 1, 2 y 3 horas?

Solución

a) La actividad α es debida al 36 % de las desintegraciones del Bi^{212} más las desintegraciones del Po^{212}:

$$A_\alpha = 0,36\lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2.$$

No se conoce la expresión de N_2, vamos a despejarla

$$\frac{dN_2}{dt} = 0,64\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \longrightarrow \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = 0,64\lambda_1 N_1,$$

$$\begin{gathered} N_1(0) = N_o, \\ N_1(t) = N_o e^{-\lambda_1 t}, \\ N_2(0) = 0, \end{gathered}$$

$$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = 0,64\lambda_1 N_o e^{-\lambda_1 t}.$$

Resolviendo la ecuación diferencial nos queda,

$$N_2(t) = \frac{0,64\lambda_1 N_o}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right),$$

$$A_\alpha(t) = 0,36\,\lambda_1 N_o e^{-\lambda_1 t} + \frac{0,64\lambda_1\lambda_2 N_o}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right),$$

$$\boxed{A_\alpha(t) = N_o\lambda_1\left[0,36\,e^{-\lambda_1 t} + \tfrac{0,64\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)\right]}.$$

b) La actividad β es debida al 64 % de las desintegraciones del Bi^{212} más las desintegraciones del Tl^{208}:

$$A_\beta = 0,64\lambda_1 N_1 + \lambda_3 N_3,$$

No se conoce la expresión de N_3, vamos a despejarla

$$N_3(0) = 0,$$

$$\frac{dN_3}{dt} = 0,36\lambda_1 N_1 - \lambda_3 N_3,$$

$$\frac{dN_3}{dt} + \lambda_3 N_3 = 0,36\lambda_1 N_o e^{-\lambda_1 t}.$$

Operando igualmente que en el caso de N_2

$$N_3 = \frac{0,36\lambda_1 N_o}{\lambda_3 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t}\right),$$

$$A_\beta(t) = 0,64\lambda_1 N_o e^{-\lambda_1 t} + \frac{0,36\lambda_1\lambda_3 N_o}{\lambda_3 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{\lambda_3 t}\right),$$

$$\boxed{A_\beta(t) = N_o\lambda_1\left[0,64e^{-\lambda_1 t} + \tfrac{0,36\lambda_3}{\lambda_3-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_3 t}\right)\right]}.$$

c) Se tiene que calcular cuánto vale N_o

$$N_o = \frac{m\,N_A}{A} = \frac{10^{-7}\times 6,023\times 10^{23}}{212} = 2,84\times 10^{14}\text{ núcleos},$$

$$\lambda_1 = 1,9\times 10^{-4}\text{ s}^{-1},$$
$$\lambda_2 = 2,31\times 10^{6}\text{ s}^{-1},$$
$$\lambda_3 = 3,73\times 10^{-3}\text{ s}^{-1}.$$

Sustituyendo los respectivos valores de N_o, λ_1, λ_2 y λ_3 en las ecuaciones deducidas anteriormente obtenemos los siguientes valores:

t	A_α	A_β
1 h	$2{,}723\times10^{10}$ Bq 0,74 Ci	$2{,}775\times10^{10}$ Bq 0,75 Ci
2 h	$1{,}374\times10^{10}$ Bq 0,37 Ci	$1{,}401\times10^{10}$ Bq 0,38 Ci
3 h	$6{,}933\times10^{9}$ 0,187 Ci	$7{,}067\times10^{9}$ Bq 0,191 Ci

6. El Na^{24}, emisor β^-, tiene un periodo $T_{1/2} = 15,0$ h. Con la tabla siguiente, de cuentas por unidad de intervalo de momento y el producto $B\rho$ (rigidez magnética expresada en gauss.cm) del espectrómetro β magnético, hacer un diagrama de Kurie.

$B\rho$	5950	5600	5280	4950	4600	4280	3950	3600	3280
$P(p)$	0,7	4,0	9,3	15,5	23,0	29,9	34,6	39,7	42,0

$B\rho$	2950	2600	2280	1950	1600	1280	950	600
$P(p)$	41,1	39,7	37,8	32,1	26,2	22,2	16,0	7,8

Solución

Para hacer el diagrama de Kurie tenemos que relacionar la energía cinética de los electrones, T, con la rigidez magnética del espectrómetro, $B\rho$.

También hay que calcular $\sqrt{\dfrac{P(p)}{p^2F}}$.

Los espectrómetros magnéticos se basan en que un electrón de carga e y velocidad v, moviéndose en un campo magnético homogéneo B, cuyas líneas de fuerza son perpendiculares a la dirección del movimiento, describe una trayectoria circular cuyo radio de curvatura ρ viene dado por:

$$B\,e\,v = \frac{m\,v^2}{\rho},$$

$$p = m\,v = e\,B\,\rho.$$

También sabemos que

$$E_T = T + m_o c^2 = \sqrt{(m_o c^2)^2 + c^2 p^2},$$

$$T = \sqrt{(m_o c^2)^2 + c^2 p^2} - m_o c^2,$$

$$T = \sqrt{(m_o c^2)^2 + c^2\,(eB\rho)^2} - m_o c^2 = m_o c^2 \left[\left(1 + \frac{e^2 c^2}{m_o^2 c^4}\,(B\rho)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right].$$

Sustituyendo los valores de las constantes

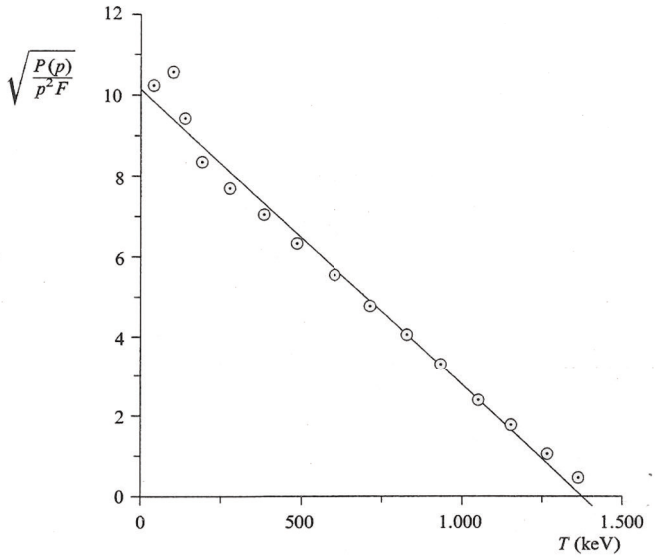
$$T\,(\mathrm{keV}) = 511 \left[(1 + 3,442 \times 10^{-7}\,(B\rho)^2)^{\frac{1}{2}} - 1 \right],$$

$$p(\mathrm{keV/c}) = \sqrt{(T + 511)^2 - 511^2}.$$

Con estos resultados obtenemos la siguiente tabla. El valor de F, (factor de Fermi) se ha obtenido de la bibliografía (H. A. Enge, Introduction to Nuclear Physics, p 316).

$B\rho$(gauss.cm)	T(keV)	p(keV/c)	$P(p)$	F	$\sqrt{\frac{P(p)}{p^2F}}$(c/keV)
5950	1344,5	1783,7	0,7	1,3	0,41
5600	1243,9	1678,8	4,0	1,3	1,04
5280	1152,4	1582,9	9,3	1,3	1,69
4950	1058,5	1484,0	15,5	1,3	2,33
4600	959,7	1379,1	23,0	1,3	3,05
4280	870,1	1283,1	29,9	1,3	3,74
3950	778,7	1184,2	34,6	1,3	4,34
3600	683,1	1079,3	39,7	1,4	4,93
3280	597,2	983,3	42,0	1,4	5,57
2950	510,4	884,4	41,1	1,4	6,13
2600	421,0	779,5	39,7	1,4	6,83
2280	342,4	683,5	37,8	1,5	7,34
1950	265,4	584,5	32,1	1,5	7,91
1600	189,9	479,7	26,2	1,6	8,44
1280	128,0	383,7	22,2	1,7	9,42
950	74,0	284,8	16,0	1,8	10,47
600	30,7	179,8	7,8	2,3	10,24

La gráfica obtenida es la siguiente



Esta recta ajustada por mínimos cuadrados:

$$\sqrt{\frac{P(p)}{p^2 F}} = 10,19 - 7,45\,T,$$

corta al eje de las energías en $T = 1,37$ MeV. El punto de corte del diagrama de Kurie corresponde a la energía cinética máxima de la transición β. Para el Na^{24} se encuentra en la bibliografía que vale 1,39 MeV, valor muy aproximado al obtenido.

2.3. Desintegración gamma

1. Cierto esquema de desintegración tiene las siguientes energías γ (en keV): 32,7; 42,1; 74,8; 84,0; 126,1 y 158,8. Estudios de coincidencias muestran dos características del esquema de desintegración: sólo una de las γ's no tiene ninguna de las otras en coincidencia con ella , y ninguna de las gamma está en coincidencia con más de tres de las otras. La radiación gamma viene precedida por radiación beta que solamente puebla un nivel. Con esta información sugerir un esquema de desintegración. (Hay dos posibles soluciones).

Solución

Para establecer el esquema de desintegración hay que buscar relaciones entre los rayos gamma.

La gamma que no tiene coincidencia con ninguna otra, tiene que ser la que va del nivel poblado por la desintegración del β, al estado fundamental, es decir, la de máxima energía 158,8 keV.

Además

$$158,8 = 32,7 + 42,1 + 84,0,$$

con lo cual se podrá llegar al estado fundamental con estas tres transiciones, pero pueden ser ordenadas de distinta manera.

Otras relaciones entre líneas serán

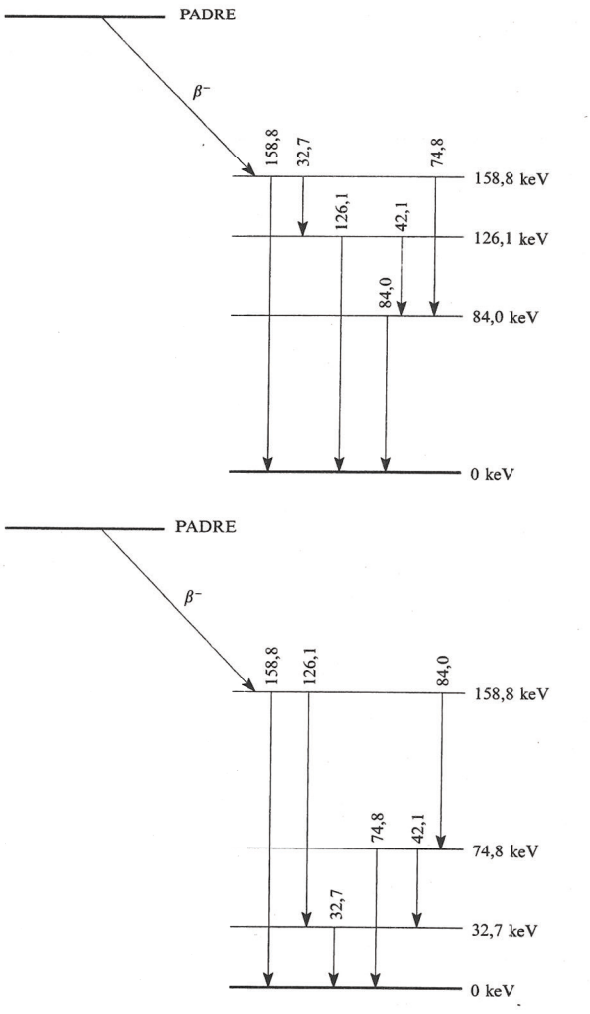
$$158,8 = 126,1 + 32,7$$

$$126,1 = 42,1 + 84,0$$

$$158,8 = 74,8 + 84,0$$

$$74,8 = 32,7 + 42,1$$

Con toda esta información se pueden establecer los siguientes esquemas:



2. Los tres estados más bajos del S^{34} poseen las siguientes características

Estado	Energía	Espín y Paridad
Fundamental	0	0^+
1	2,13 MeV	2^+
2	3,30 MeV	2^+

a) Cuando se produce el núcleo en su estado de 3,3 MeV se observan tres rayos gamma. ¿Qué energía tendrán y de qué tipo son?

b) Dibujar un diagrama de niveles. Calcular las intensidades relativas de los rayos γ suponiendo que todos los núcleos se forman constantemente en el estado 2.

Solución

a) El primer gamma será el que va del estado 2 al fundamental, tendrá 3,3 MeV (γ_1).
El segundo irá del estado 1 al fundamental, con 2,13 MeV (γ_2).
El tercero del estado 2 al estado 1, la energía será 1,17 MeV (γ_3).
Veamos ahora de qué tipo se trata cada uno

γ_1: $2^+ \longrightarrow 0^+$, $J_i = 2$ y $J_f = 0$ $L = 2$, no cambia la paridad. Tiene que ser un $E2$.

γ_2: $2^+ \longrightarrow 0^+$, se trata del mismo caso que el anterior, $E2$.

γ_3: $2^+ \longrightarrow 2^+$, $J_i = 2$ y $J_f = 2$ $L \in [0,4]$, la paridad no cambia. Puede ser $E2$ ó $M1$ (también podría ser $E4$ ó $M3$, pero la probabilidad es mucho menor al aumentar la multipolaridad).
Para ver cuál de las dos es, tendríamos que conocer las probabilidades de transición para los dos casos, estas probabilidades están estimadas por Weisskopf y Mosskowski. Se trata de una serie de curvas que nos dan el valor de $\log\lambda$ para una energía determinada (siendo λ la probabilidad de transición), para cada transición considerada (estas curvas aparecen en la bibliografía, H. A. Enge, *Introduction to Nuclear Physics*, p 260-261). Encontramos que para 1,17 MeV:

$$\left.\begin{array}{l} E2 \longrightarrow \log\lambda \sim 10 \\ M1 \longrightarrow \log\lambda \sim 13 \end{array}\right\}$$

La $M1$ es 1000 veces más probable que la $E2$,
se trata de una transición $M1$

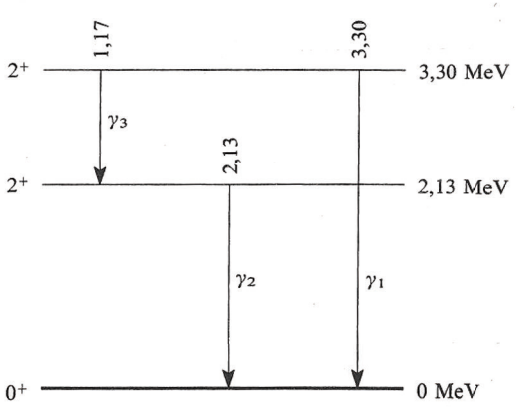
b) Para el γ_1 (3,3 MeV, $E2$) $\longrightarrow \log\lambda_1 \sim 13$.
Para el γ_2 (2,13 MeV, $E2$) $\longrightarrow \log\lambda_1 \sim 12$.
Además en una situación de equilibrio las intensidades relativas serán:

$$I(2) = I(3)$$

$$\frac{I(1)}{I(2)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{10^{13}}{10^{12}} = 10.$$

Si tomamos $\boxed{I(2) = 1 = I(3) \longrightarrow I(1) = 10}$

El diagrama de niveles es el siguiente:



3. El Ra^{226} se desintegra por emisión de dos rayos α de energías 4,781 y 4,598 MeV pasando a Rn^{222} en estado fundamental y un estado excitado respectivamente.

   a) Sabiendo que la masa atómica del Ra^{226} es 226,025401 u.a.m., hallar la masa atómica del Rn^{222}.

b) Hallar la energía, espín y paridad del estado excitado del Rn^{222} sabiendo que el emitido en la desexcitación es de tipo $E2$ (suponer válido el modelo de capas para el estado fundamental).

c) Dibujar el diagrama de niveles de la desexcitación.

Solución

$$Ra^{226} \longrightarrow Rn^{222} + He^4 + Q.$$

a) $Q = 4,781$ MeV $= 0{,}00513\ c^2$.
La energía del α debido a la desintegración al nivel fundamental, corresponde a la Q de la desintegración, suponiendo despreciable la energía del núcleo de retroceso

$$Q = (m_i - m_f)\, c^2 = \left(m\left(Ra^{226}\right) - m(Rn^{222}) - m\left(He^4\right)\right) c^2,$$

Buscando en las tablas $m\left(He^4\right) = 4,002603$ u.a.m..
Despejando la masa del Rn^{222}

$$m(Rn^{222}) = 226,025401 - 4,002603 - 0,00513,$$

$$m(Rn^{222}) = \boxed{222{,}01766 \text{ u.a.m.}}$$

b) La energía del estado excitado vendrá dada por la diferencia de energías entre la del primer alfa y el segundo. El nivel fundamental tiene energía cero.

$$E_1 = 4,781 - 4,598 = \boxed{0{,}183 \text{ MeV}}$$

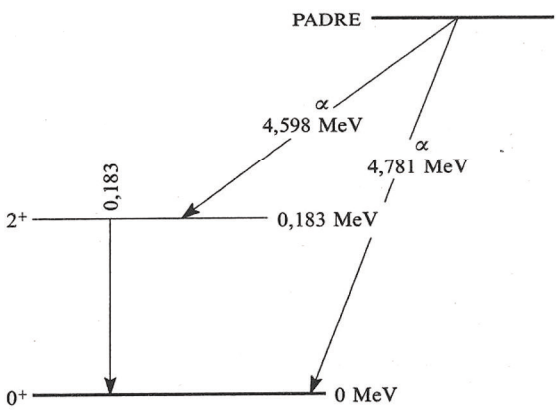
El espín y paridad del estado fundamental, suponiendo válido el modelo de capas, es 0^+. Teniendo en cuenta las reglas de selección , al ser la desexcitación de tipo $E2$, la paridad debe ser $+$ en el estado excitado, además sabemos que

$$L = 2 \text{ (multipolaridad)},$$
$$J_f = 0,$$
$$|J_i - J_f| \leqslant 2 \leqslant |J_i + J_f|\,.$$

La única solución posible es que $J_i = 2 \Rightarrow$ El estado excitado tendrá

$$\boxed{2^+}$$

(c) El diagrama de niveles será:



3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. La actividad del carbono encontrado en seres vivos es de 0,007 μCi por kg, debido a la presencia de C^{14}. El carbón procedente de un fogón situado en un campamento indio tiene una actividad de 0,0048 μCi/kg. El periodo del C^{14} es de 5.730 años. Calcular el año en que este campamento fue usado por última vez.

2. El isómero excitado del Ba^{137} ($T_{1/2} = 2{,}55$ min) se obtiene de forma pura por separación química de su padre, el Cs^{137}. Si en un momento dado había 1 μCi de bario presente, ¿cuántos núcleos se habrán desintegrado al cabo de 5 min?

3. La cadena de desintegración:

$$Cs^{139} \longrightarrow Ba^{139} \longrightarrow La^{139},$$

se estudia a partir de una muestra inicialmente pura de 1 mCi de Cs^{139} cuyo $T_{1/2} = 9{,}5$ min. El del del Ba^{139} es $T_{1/2} = 82{,}9$ min, siendo el La^{139} estable. ¿Cuál es la actividad máxima del Ba^{139} y cuándo ocurrirá?

4. Una pieza de torio que contiene 1 kg de Th, contiene también 200 g de Pb. El Pb^{208} es el descendiente estable final de la serie radiactiva cuyo precursor es el Th^{232}. El periodo del precursor es de $1{,}4\times10^{10}$ años.

   a) Suponiendo que todo el Pb de la roca proviene del decaimiento del Th, y que no se ha perdido nada, calcular la edad de la roca.

   b) Existen en total seis partículas alfa emitidas en la desintegración de la serie radiactiva. Calcular cuánto helio se ha producido en la roca.

5. Calcular el periodo del K^{40} sabiendo que:

   a) El potasio natural contiene los isótopos 39, 40 y 41 en proporciones: 0,933; $1{,}19\times10^{-4}$ y 0,067 (en n^o de átomos por átomo de K natural). Los isótopos 39 y 41 son estables.
   Peso atómico medio del K natural = 39,1.

   b) Un gramo de potasio natural emite 31 partículas β/s y 3,4 rayos γ/s. Estos rayos γ provienen de la desintegración por captura electrónica, dando un gamma por desintegración.

6. Con los datos del problema anterior, hallar la edad del mineral de potasio en el que hay acumulados $1{,}54\times10^{-2}$ cm^3 de Argon en c.n. por gramo de potasio.

7. ¿Cuál es la actividad (en curios) de una muestra de 8 g de agua que contiene 1 átomo de tritio por 10^5 átomos de H? El tritio decae por emisión beta con $T_{1/2} = 12{,}26$ años

8. Un neutrón libre es en sí radiactivo y se desintegra espontáneamente en un protón, un electrón y un antineutrino:

$$n \longrightarrow p + \beta^- + \overline{\nu}_e.$$

   Suponiendo al neutrón en reposo,

   a) calcular la Q de la reacción,
   b) calcular las velocidades del protón y el electrón después de la desintegración.

9. Sabemos que el neutrón libre se desintegra espontáneamente. ¿Se desintegrará el protón libre? ¿Por qué?

10. En un espectro de electrones, los resultados experimentales de los momentos de una muestra radiactiva, son los siguientes

$$p = \sqrt{8}m_o\mathrm{c} \longrightarrow P(p) = 288,$$

$$p = \sqrt{24}m_o\mathrm{c} \longrightarrow P(p) = 384,$$

$$p = \sqrt{48}m_o\mathrm{c} \longrightarrow P(p) = 192.$$

   a) Hacer un diagrama de Kurie con estos datos, considerando que $F(Z, E) = 1$.
   b) Determinar el punto de corte del espectro β (en términos de $m_o\mathrm{c}^2$).

11. Completar la siguientes ecuaciones con las componentes que faltan:

a)

$$\overline{\nu}_e + He^3 \longrightarrow$$

b)

$$He^6 \longrightarrow Li^6 + \mathrm{e}^- +$$

c)

$$\mathrm{e}^- + B^8 \longrightarrow$$

d)

$$\nu_e + C^{12} \longrightarrow$$

e)

$$K^{40} \longrightarrow \nu_e$$

f)

$$K^{40} \longrightarrow \overline{\nu}_e$$

12. Se estudia la desintegración α del Th^{232}. Utilizando las masas de los núcleos inicial y final, se ha determinado el valor de Q, siendo éste de 4,09 MeV. Estimar el periodo de desintegración del Th^{232} y explicar por qué se clasifica al Th^{232} como núcleo estable.

13. En la reacción $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + \beta^- + \overline{\nu}_e$:

    a) Hallar la energía cinética máxima con la que saldría la beta en el caso en que el Ni quede en el estado fundamental.

    b) El Ni^{60} posee dos estados excitados de 2,50 y 1,33 MeV. ¿Es energéticamente posible la emisión γ tras la desintegración β^- del Co^{60}?

    c) ¿Cuál será la máxima energía de la β^- en el caso en que el Ni^{60} quede en cada uno de los estados excitados?

14. La desintegración α de un núcleo, cuya masa está cercana a 200, tiene dos componentes de energías 4,687 y 4,650 MeV. Ninguno puebla el estado fundamental del hijo, pero cada uno va seguido de una emisión gamma, de energías 266 y 303 keV respectivamente. No se observa ningún otro rayo γ.

a) Con esta información dibujar un esquema de desintegración.

b) El estado desde el que decae el padre tiene espín 1 y paridad negativa, y el estado fundamental del hijo tiene espín 0 y también paridad negativa. Explicar por qué no hay una desintegración α directa al estado fundamental del hijo.

TEMA 3

REACCIONES NUCLEARES

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Una reacción nuclear es un proceso en el que cambia la composición y/o la energía de un núcleo blanco debido a que ha sido bombardeado con una partícula nuclear o radiación gamma (se trata de una colisión entre un núcleo y una partícula).

$$A + a \longrightarrow B + b + Q$$

donde A es el núcleo blanco, a la partícula incidente, B el núcleo residual y b la partícula emergente de la reacción.

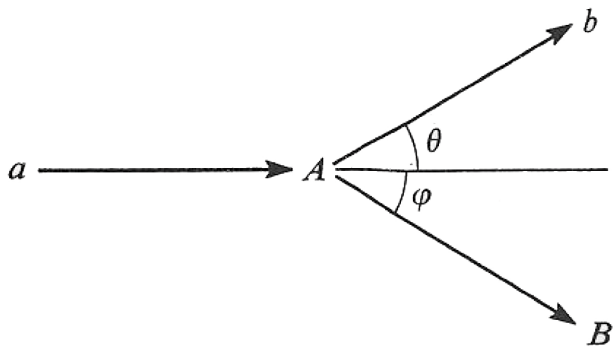


Figura 3.1. Esquema típico de colisión entre dos partículas.

Esta reacción se representa frecuentemente mediante la siguiente notación, ideada por Bothe

$$A\,(a, b)\,B$$

en la que la primera letra es el blanco y la última el núcleo residual, entre paréntesis el proyectil y luego las partículas que escapan. La Q de la reacción es la diferencia de masas en reposo entre el primer miembro y el segundo multiplicada por c^2:

$$Q = [M\,(A) + M\,(a) - M\,(B) - M\,(b)]\,c^2$$

Lo que es equivalente a la diferencia entre las energías cinéticas del segundo miembro menos las del primero:

$$Q = T_b + T_B - T_a - T_A$$

En una *colisión elástica*, se conserva el momento lineal y la energía cinética, antes y después de la reacción, por lo que $Q = 0$.

En una *colisión inelástica*, se conserva el momento lineal y la energía total, pero no la energía cinética de las partículas. $Q \neq 0$.

Si Q es positiva, la reacción es exotérmica. Puede ocurrir para cualquier energía del proyectil.

Si Q es negativa, la reacción es endotérmica. En este caso $|Q|$ es la energía mínima que debemos comunicar a las dos partículas del primer miembro, en el sistema de su centro de masas, si queremos que se produzca la reacción. En el sistema laboratorio la *energía cinética umbral* de la partícula incidente para que ocurra la reacción será

$$T_u = \frac{m_a + m_A}{m_A} |Q| , \tag{3.1}$$

donde m_a es la masa de la partícula incidente y m_A la masa del núcleo blanco. En este caso $\theta = \varphi = 0^o$ y la partícula b y B se mueven en una misma dirección.

En una reacción del tipo $a + A \rightarrow b + B$ en donde las partículas son emitidas formando un cierto ángulo, resulta ser, de la conservación de la energía y el momento

$$Q = (\frac{m_a}{m_B} - 1)T_a + (1 + \frac{m_b}{m_B})T_b - \frac{2}{m_B}\sqrt{m_a m_b T_a T_b}\cos\theta. \tag{3.2}$$

siendo θ el ángulo de desviación de la partícula b sobre la trayectoria inicial, como aparece en la figura (3.1).

1.1. Leyes de conservación en las reacciones nucleares

Ley de conservación de la carga. - Se conserva la carga atómica (Z) a lo largo del proceso.

Ley de conservación del número de nucleones. - El número de nucleones (A) total se conserva, pero el número de protones y el de neutrones no tiene por qué ser conservativo.

Principio de conservación de la energía total. - Para que se conserve la energía total del sistema, debe ocurrir

$$T_a + m_A\, c^2 + m_a c^2 = T_B + T_b + m_B\, c^2 + m_b c^2,$$

suponiendo el núcleo blanco en reposo.

También se conservan la cantidad de movimiento y el momento angular, entre otras magnitudes.

1.2. Tipos de reacciones nucleares

Dispersión. - Se trata de la colisión mecánica entre el proyectil y el núcleo blanco. Varía la trayectoria de las partículas, y si es inelástica, el núcleo colisionado alcanza alguno de sus niveles excitados.

$$a + A \longrightarrow a + A$$

Captura radiativa. - Se emite radiación gamma después de que el núcleo blanco absorba al proyectil. Estas reacciones son siempre exotérmicas.

$$a + A \longrightarrow B + \gamma$$

Emisión de partículas. - Hay una emisión de partículas posterior a la absorción del proyectil.

$$a + B \longrightarrow B + p$$

Fotodesintegración. - En este caso el proyectil es radiación gamma, posteriormente se emitirá una partícula. Estas reacciones son siempre endotérmicas.

$$\gamma + A \longrightarrow B + p$$

Fisión. - Se absorbe el proyectil (neutrón) y posteriormente el núcleo se escinde. Altamente exotérmicas.

$$n + A \longrightarrow Y + W$$

Fusión. - Varios núcleos ligeros se unen para formar otro más pesado.

$$A + B \longrightarrow W$$

1.3. Sección eficaz

El concepto de sección eficaz sirve para describir cuantitativamente la probabilidad de que se produzca una reacción nuclear. Es una magnitud medible experimentalmente y, a la vez, calculable teóricamente. La sección eficaz de un blanco para una reacción determinada, es una característica del núcleo, del proyectil incidente y de su energía. Se representa con σ y se mide en barns, b.

$$1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

Hay casos en que la sección eficaz de reacción es muy grande en pequeños intervalos de energía. Son estados virtuales y las energías correspondientes se llaman "energía de resonancia". Esto sugiere que dichos estados tienen una vida media τ dada por

$$\frac{\hbar}{\tau} = \triangle E = \Gamma.$$

El descubrimiento de estas resonancias dio lugar al modelo del núcleo compuesto (Bohr, 1936)

En una reacción nuclear, en donde se forma un núcleo compuesto C^*

$$a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B,$$

la sección eficaz de la reacción es de la forma (fórmula de Breit-Wigner):

$$\sigma_s(E) = g\frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(E - E_1)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},$$

donde

g es un factor estadístico que tiene en cuenta los espines.

$$g = (2J+1)/(2s_a+1)(2s_X+1),$$

y

$$g = (2J+1) \text{ para partículas sin espín.}$$

k = número de onda = $p/\hbar$,

Γ = anchura total de la reacción = $\Gamma_a + \Gamma_b + ...$,

Γ_a y Γ_b son las probabilidades de un determinado canal de producción o de desintegración, respectivamente,

E es la energía de la partícula incidente,

E_1 es la energía de resonancia.

En caso de resonancia, $E = E_1$.

En el caso de dispersión elástica, $\Gamma = \Gamma_a = \Gamma_b$ y en la resonancia, se tiene

$$\sigma_{el} = \frac{4\pi g}{k^2}.$$

En el caso de dispersión inelástica, hay que tener en cuenta que $\Gamma_b = \Gamma - \Gamma_a$ y por lo tanto la sección eficaz es

$$\sigma_{in} = g\frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma_a\,(\Gamma - \Gamma_a)}{\Gamma^2/4}.$$

1.4. Velocidad de producción de una reacción nuclear. Activación

Situando una lámina de un material determinado frente a un flujo Φ de partículas/cm^2.s, se mide la fracción de partículas transmitidas. Hay dos procesos contrarios: por una parte el material se hace radiactivo por medio de la reacción nuclear, con una velocidad que depende del flujo, la energía y la sección eficaz. Por otra parte al hacerse radiactivo el material, se va desintegrando a una velocidad que depende de su constante de desintegración, λ, resultando la tasa neta de formación

$$R = \Sigma\Phi$$

$$\frac{dN}{dt} = \Sigma\Phi - \lambda N, \tag{3.3}$$

donde $R = \Sigma\Phi$ (reacciones/cm^3.s) representa la velocidad de formación de N por captura, y λN la velocidad de desintegración radiactiva.

Integrando la ec.(3.3) y siendo N_o el número inicial total de núcleos del blanco, se llega al caso general

$$N = \frac{N_o \Phi\sigma}{\lambda - \Phi\sigma}\left(e^{-\Phi\sigma t} - e^{-\lambda t}\right); \qquad t_{\text{máx}} = \frac{\ln(\lambda/\Phi\sigma)}{\lambda - \Phi\sigma}, \tag{3.4}$$

$t_{\text{máx}}$ es el tiempo tras el cual la concentración ha llegado al máximo.

Cuando $\Phi\sigma \ll \lambda$, y $e^{-\Phi\sigma t} \approx 1$, resulta,

$$N = \frac{N_o \Phi\sigma}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}). \tag{3.5}$$

La actividad,

$$A = \Sigma\Phi(1 - e^{-\lambda t}), \tag{3.6}$$

es la actividad por cm^3, siendo $\Sigma = \sigma N$ la sección eficaz macroscópica de la reacción (cm^{-1}), σ la sección eficaz microscópica (cm^2 ó b) y t el tiempo de exposición.

Si el tiempo de irradiación ha sido suficientemente largo, se alcanza un estado estacionario, en donde $N\lambda = \Sigma\Phi$. Se define la actividad de saturación como

$$A_s = N_o \Phi\, \sigma. \tag{3.7}$$

Al retirar la lámina y medir después de un tiempo t', la actividad será

$$A(t') = \Sigma\Phi(1 - e^{-\lambda t})\, e^{-\lambda t'}. \tag{3.8}$$

Este método se utiliza con frecuencia para determinar las secciones eficaces de captura.

1.5. Fisión

En una reacción de fisión un neutrón colisiona con un núcleo de ciertos isótopos (del uranio y del torio entre otros), produciendo su rotura en dos fragmentos de masas semejantes. Al mismo tiempo se emiten neutrones y unos 200 MeV de

energía. Posteriormente estos fragmentos, muy excitados también, emiten neutrones. De los isótopos útiles para la producción de energía, sólo el U^{235}, U^{233} y el Pu^{239} pueden fisionarse por neutrones de todas las energías y se llaman *físiles.* De ellos solamente el U^{235} se encuentra en la naturaleza aunque en proporciones muy pequeñas, junto con el U^{238} que es el isótopo más abundante del uranio. El Th^{232} y el U^{238} se fisionan sólo con neutrones rápidos, y se llaman *fisionables.* Para mantener una reacción en cadena son necesarios los núclidos físiles. La reacción típica es

$$n + U_{92}^{235} \longrightarrow Rb_{37}^{93} + Cs_{55}^{141} + 2n$$

A partir del descubrimiento de este proceso en 1939, surgió la idea de producir una reacción en cadena automantenida y aprovecharla como fuente de energía.

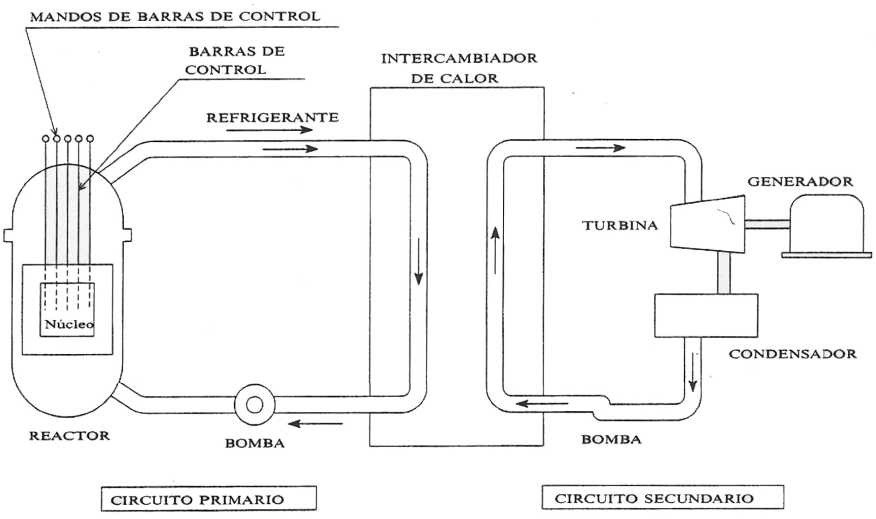


Figura 3.2. Esquema de un Reactor Nuclear.

Una enumeración simplificada del dispositivo que contuviera los componentes fundamentales sería:

1) Una vasija llamada *núcleo,* conteniendo el material fisionable en donde se libera toda la energía de fisión en forma de calor.

2) Para que la mayoría de las fisiones se produzcan a baja energía, éste va acompañado de un *moderador.*

3) Un *refrigerante* para extraer el calor proporcionado, que se transfiere a un sistema turbina-generador.

4) Un sistema de control de la reacción en cadena formado por *barras de control y venenos.*

5) Equipos electrónicos para la medida de la potencia y sistemas de seguridad.

Estos dispositivos se llaman *reactores nucleares.*

Potencia de un reactor

La velocidad de fisión depende de la probabilidad de fisión y del flujo de neutrones, $R_f = \Sigma_f \Phi$ (fisiones/cm^3.s). En un reacator de volumen V se producirán $V\Sigma_f\Phi$ (fisiones/s). Como la energía total disponible por fisión (200 MeV) es del orden de $3{,}2\times10^{-11}$ W.s, para producir 1 W es preciso $3{,}1\times10^{10}$ fis/s, de donde la potencia de un reactor viene dada por la expresión

$$P = \frac{V\Sigma_f\Phi}{3,1 \times 10^{10}} \text{ W} \tag{3.9}$$

1.6. Fusión

En las reacciones de fusión se forma un núcleo más estable a partir de la reacción de dos núcleos ligeros. La fusión no es un proceso natural en la tierra como lo es la fisión, pero en el Universo ocurre de forma natural, concretamente en las estrellas.

Posibles reacciones de fusión con deuterio

Reacciones **DD**(deuterio-deuterio)

$$H_1^2 + H_1^2 \longrightarrow He_2^3 + n, \qquad Q = 3,27 \text{ MeV},$$

$$H_1^2 + H_1^2 \longrightarrow H_1^3 + H_{1,}^1 \qquad Q = 4,03 \text{ MeV}.$$

Cada una de estas reacciones puede ocurrir con un 50 % de probabilidad.

Reacción **DT** (deuterio-tritio)

$$H_1^2 + H_1^3 \longrightarrow He_2^4 + n, \qquad Q = 17,59 \text{ MeV}.$$

La reacción $H_1^2 + H_1^2 \longrightarrow He_2^4$ no se ha observado experimentalmente.

En la fusión, los núcleos reactantes tienen que poseer una energía cinética relativa mínima suficiente para vencer la repulsión electrostática mutua (barrera de Coulomb), esto es una diferencia importante entre la fusión y la fisión, en donde los neutrones que la inducen no necesitan poseer una energía mínima.

Barrera de Coulomb

El efecto de la barrera de Coulomb en la reacción de fusión es similar al efecto que se produce en el decaimiento α. La barrera de potencial que deben superar los partículas para que se produzca la fusión es

$$V_c = \alpha hc \frac{Z_a Z_X}{R_a + R_X} \simeq 0,7 \frac{Z_a Z_X}{A_1 + A_2} \text{ MeV}, \tag{3.10}$$

donde Z_a, Z_X son los números atómicos de los partículas, R_a, R_X sus radios nucleares y A_1, A_2 los números másicos.

La condición impuesta por la ecuación (3.10) exige una temperatura del gas muy alta. Por ejemplo para una reacción DT tenemos que $V_c = 0,14$ MeV. Teniendo en cuenta que la energía media en una distribución de Maxwell-Boltzmann es $\frac{3}{2}\ kT$, para obtener un número apreciable de núcleos (por ejemplo un 1 % de todos los núcleos) que tuviesen energías iguales o superiores a 0,14 MeV sería

$$\frac{3}{2} kT \sim 10^{-2} V_c = 1,4 \text{ keV} \Rightarrow T \sim 10^7 \text{ K}.$$

Con esa temperatura, el gas estaría realmente caliente, tanto que las moléculas serían átomos y los átomos estarían altamente ionizados. En el hidrógeno los iones y los núcleos serían idénticos. A una mezcla eléctricamente neutra de electrones e iones se le llama **plasma**, este es el estado esperado para la mezcla reactante en un reactor de fusión termonuclear.

El requisito de cualquier reactor de fusión es confinar un plasma reactante con una temperatura y densidad lo bastante altas y durante un tiempo justo a fin de permitir que ocurran suficientes reacciones de fusión para obtener una ganancia neta de energía.

Debido a que un plasma para la reacción de fusión debe estar a una temperatura muy alta, los confinamientos convencionales, como las paredes de una vasija, no son factibles.

Fusión solar (estelar)

Una estrella como el sol, es el prototipo más satisfactorio de reactor termonuclear automantenido.

El proceso básico en el sol es la fusión del hidrógeno para generar helio. El primer paso de este proceso de fusión será la combinación de dos protones

$$H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu, \qquad Q = 1,44 \text{ MeV}.$$

Siguiendo a la formación del deuterón, es muy probable, ya que las condiciones internas de presión y temperatura en el sol son óptimas, que se produzca la siguiente reacción

$$H^2 + H^1 \rightarrow He^3 + \gamma, \qquad Q = 5,49 \text{ MeV}.$$

Posteriormente

$$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + 2H^1 + \gamma, \qquad Q = 12,86 \text{ MeV}.$$

El proceso completo (cadena protón-protón o ciclo Critchfield) da como resultado la formación de He^4. La reacción neta es la transformación de 4 protones en helio

$$4H^1 \rightarrow He^4 + 2e^+ + 2\nu.$$

Si hay elementos más pesados en el interior de la estrella pueden ocurrir otras series de reacciones de fusión, como por ejemplo la cadena del carbono o ciclo de Bethe.

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Leyes de conservación en las reacciones nucleares

1. Al capturar el Boro un neutrón lento, se produce la reacción $B^{10}(n,\alpha)Li^7$. Suponiendo que el núcleo de litio quede en el estado fundamental, calcular

   a) la energía liberada por la reacción (en MeV),

   b) las energías cinéticas de la partícula α y del núcleo de Li.

Solución

$$B_5^{10} + n \longrightarrow Li_3^7 + \alpha.$$

a) Con las masas que aparecen en las tablas para los núcleos y las partículas que participan en la reacción y sustituyendo

$$Q = (m_B + m_n - (m_{Li} + m_\alpha))\, c^2 =$$

$$= (10,012937 + 1,008665 - (7,016004 + 4,002603))\, c^2 =$$

$$= 2,995 \times 10^{-3} \text{ u.a.m.} = \boxed{2{,}79 \text{ MeV}}$$

b) Como es un neutrón lento consideramos que su energía cinética es igual a 0, $T_{\mathrm{n}} = 0$ y además por conservación del momento

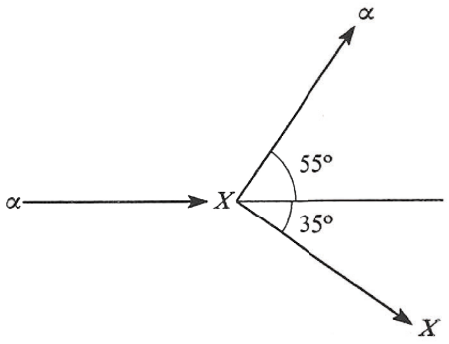
$$|P_a| = |P_{Li}|\,,$$

$$\left.\begin{array}{l} m_{Li}T_{Li} = m_\alpha T_\alpha \\ Q = T_{Li} + T_\alpha \end{array}\right\} T_\alpha = \frac{m_{Li}}{m_\alpha} T_{Li} = \frac{m_{Li}}{m_\alpha}\,(Q - T_\alpha)\,,$$

$$T_\alpha = \frac{m_{Li}}{m_\alpha + m_{Li}} Q = \boxed{1{,}78 \text{ MeV}}$$

$$T_{Li} = Q - T_\alpha = \boxed{1{,}01 \text{ MeV}}$$

2. Se estudian las colisiones elásticas entre haces de partículas alfa y otros núcleos en una cámara de niebla. Se observa que la partícula α se desvía 55^o de su dirección, mientras que el núcleo blanco deja una traza formando un ángulo de 35^o. Determinar la masa del núcleo blanco.



Solución

Según la figura anterior y planteando las ecuaciones de conservación del momento y de la energía cinética

$$\left.\begin{array}{r} (a)\ m_\alpha v = m_\alpha v_1 \cos\theta + m_{\mathrm{X}} v_2 \cos\psi \\ (b)\ 0 = m_\alpha v_1 \operatorname{sen}\theta - m_{\mathrm{X}} v_2 \operatorname{sen}\psi \\ (c)\ m_\alpha v^2 = m_\alpha v_1^2 + m_{\mathrm{X}} v_2^2 \end{array}\right\}$$

Despejando en (b)

$$v_1 = \frac{m_{\mathrm{X}}}{m_\alpha} v_2 \frac{\operatorname{sen}\psi}{\operatorname{sen}\theta},$$

sustituyendo en (a) y operando

$$v = \frac{m_{\mathrm{X}}}{m_\alpha} v_2 \frac{\operatorname{sen}(\theta+\psi)}{\operatorname{sen}\theta},$$

sustituyendo los valores de v_1 y v en (c) y operando

$$\frac{m_{\mathrm{X}}}{m_\alpha}\left[\frac{\operatorname{sen}^2(\theta+\psi)}{\operatorname{sen}^2\theta} - \frac{\operatorname{sen}^2\psi}{\operatorname{sen}^2\theta}\right] = 1,$$

$$\frac{m_{\mathrm{X}}}{4}\left[\frac{1-0,33}{0,67}\right]=\frac{m_{\mathrm{X}}}{4}=1\Longrightarrow \boxed{m_{\mathrm{X}}=4}$$

La masa del núcleo es cuatro, se trata de otra partícula α.

3. Una partícula alfa sufre una dispersión elástica por un núcleo de C^{12} estacionario, a un ángulo de 60^o (en el sistema del centro de masas) ¿Cuál será la fracción de energía cinética perdida por la partícula α? .

Solución

La energía cinética perdida por la partícula α a consecuencia del choque, es precisamente $T_o - T_\alpha = T_C$. Luego la fracción de energía perdida será T_C/T_o. Teniendo en cuenta las ecs. de la conservación del momento y la energía cinética, resulta

$$\left.\begin{array}{c} T_\alpha = T_o - T_C \quad (1) \\ \mathbf{p}_C = \mathbf{p}_o - \mathbf{p}_\alpha \end{array}\right\} \quad p_C^2 = p_o^2 + p_\alpha^2 - 2p_o p_\alpha \cos\varphi. \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que $p^2 = 2\,m\,T$ y sustituyendo (1) en (2) se llega a

$$2m_\alpha T_o - T_C(m_\alpha + m_C) = 2m_\alpha\sqrt{T_o(T_o - T_C)}\cos\varphi,$$

para simplificar, dando los valores enteros de las masas $m_\alpha = 4,\ \ m_C = 12$ queda

$$T_o - 2T_C = \sqrt{T_o(T_o - T_C)}\cos\varphi.$$

Haciendo $T_C/T_o = x$, y elevando al cuadrado. Queda una ec. de 2^o grado

$$4x^2 - x(4 - \cos^2\varphi) + \mathrm{sen}^2\,\varphi = 0. \qquad (3.11)$$

Todo este razonamiento se ha hecho suponiendo el movimiento de las partículas en el sistema de referencia del laboratorio, por lo que φ es el ángulo que forma la partícula α después del choque en **el sistema laboratorio**. En el problema se dice que forma un ángulo de 60^o en el sistema centro de masas, por lo que se debe hacer el cambio de un sistema de referencia a otro, para determinar el ángulo.

Para pasar del sistema de laboratorio al del centro de masas, sólo hay que tener en cuenta que la velocidad en el centro de masas es igual a la del laboratorio más la velocidad con que se mueve el centro de masas. En cualquier libro de Mecánica puede encontrarse el cambio. Llamando θ al ángulo en el centro de masas, se cumple que

$$\tan\varphi = \frac{m_C \operatorname{sen}\theta}{m_C \cos\theta + m_\alpha} = \frac{12 \times 0,866}{12 \times 0,5 + 4} = 1,039,$$

de donde resulta que el ángulo en el sistema de laboratorio es $\varphi = 46,1^o$. Sustituyendo este valor en la ec. (3.11) se obtiene

$$x = \frac{3,52 \pm \sqrt{12,39 - 8,32}}{8} = \begin{cases} 0,692 \\ 0,187 \end{cases} .$$

De las dos soluciones una es espúrea, se ha introducido al elevar al cuadrado, pero no corresponde a la solución. Sólo es válida la segunda, $m_C >> m_\alpha$ por lo que la pérdida de energía no puede ser muy grande. Por lo tanto la fracción de pérdida de energía cinética de la partícula α es

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T_C}{T_o} = \boxed{0,187}$$

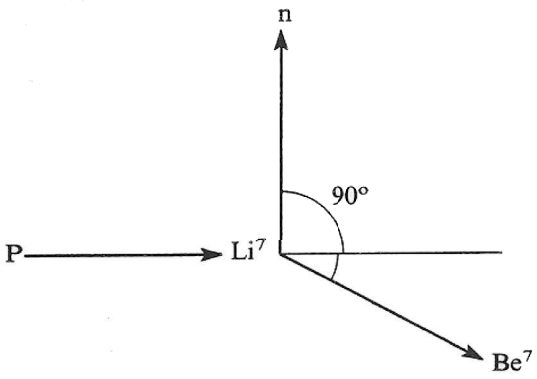
4. Al bombardear Li^7 con protones de 4,5 MeV tiene lugar la reacción $Li^7(p,n)Be^7$. Los neutrones expulsados según un ángulo de 90^o con la dirección del haz de protones tienen una energía de 1,94 MeV.

   a) Calcular la Q de la reacción.

   b) Calcular la energía máxima de los neutrones emitidos cuando la energía de los protones incidentes es de 5 MeV y en el caso de que sea de 2 MeV.

   c) ¿Existe algún límite para los neutrones emitidos?

   d) Encontrar una expresión que relacione, para esta reacción nuclear, el ángulo límite con la energía cinética de los protones incidentes. Aplicarle los valores de 5 y 1,9 MeV.



Solución

$$Li^7 + p \longrightarrow Be^7 + n + Q.$$

a) Aplicando la expresión (3.2) y teniendo en cuenta que $\theta = 90^o$

$$Q = T_p\left(\frac{m_p}{m_{Be}} - 1\right) + T_n\left(\frac{m_n}{m_{Be}} + 1\right) = 4,5\left(\frac{1}{7} - 1\right) + 1,94\left(\frac{1}{7} + 1\right),$$

$$Q = \boxed{-1,64 \text{ MeV}}$$

b) Utilizando la expresión (3.2)

$$Q = T_p\left(\frac{m_p}{m_{Be}} - 1\right) + T_n\left(\frac{m_n}{m_{Be}} + 1\right) - \frac{2}{m_{Be}}\sqrt{m_p m_{\mathrm{n}} T_p T_n}\cos\theta.$$

Para $T_p = 5$ MeV

$$-18,52 + 8T_n - 2\sqrt{5}\sqrt{T_n}\cos\theta = 0,$$

$$T_n - 0,56\sqrt{T_n}\cos\theta - 2,31 = 0.$$

La energía máxima será para $\cos\theta = 1 \longrightarrow \theta = 0^o$, resolviendo la ecuación y teniendo en cuenta únicamente la solución de raíz positiva (la de raíz negativa corresponde a la energía mínima)

$$\sqrt{T_n} = \frac{0,56 + \sqrt{0,56^2 + 9,26}}{2},$$

$$\boxed{T_n = 3{,}33 \text{ MeV}}$$

Para $T_p = 2$ MeV

$$T_n - 0,35\sqrt{T_n} - 0{,}065 = 0,$$

$$\boxed{T_n = 0,23 \text{ MeV}}$$

c) y d) El ángulo límite dependerá de la energía cinética de los protones incidentes, vamos a ver que para algunas energías no existe ningún ángulo límite.
En general

$$\underbrace{1,14}_{a} T_n - \underbrace{0,286\sqrt{T_p}\cos\theta}_{b}\sqrt{T_n} - \underbrace{0,86T_p + 1,64}_{c} = 0,$$

para que tenga solución esta ecuación: $b^2 - 4ac > 0$

$$0,082T_p\cos^2\theta - 7,48 + 3,92T_p > 0.$$

El ángulo límite vendrá dado por la siguiente expresión

$$\cos^2\theta = \frac{7,48 - 3,92T_p}{0,082T_p},$$

para que exista este ángulo límite $\cos^2\theta \geqslant 0$

$$7,48 - 3,92T_p = 0 \rightarrow T_p = 1,908 \text{ MeV},$$

esta será la energía cinética máxima para que exista ángulo límite.
Para $T_p = 5$ MeV, no existe ángulo límite.
Para $T_p = 1,90$ MeV el ángulo límite será

$$\boxed{\theta_{\text{lim.}} = 63^o}$$

5. Para estudiar y analizar la distribución de los protones de retroceso en una colisión elástica, se utilizan neutrones de baja energía. Suponga que un neutrón con energía cinética T_n al chocar con un protón se desvía un ángulo θ, en el sistema de laboratorio.

a) Demostrar que los protones emergen según un ángulo $\varphi = 90 - \theta$ respecto a la dirección de los neutrones incidentes.

b) demostrar que $T'_n = T_n \cos^2\theta$, y $T'_p = T_n \operatorname{sen}^2\theta$, siendo T' la energía cinética después de la colisión.

Solución

a) Aplicando la conservación del momento y la energía cinética, resultan las ecs.

$$\left.\begin{array}{c} T_n = T'_n + T'_p \quad (1) \\ \mathbf{p}_n = \mathbf{p}'_n + \mathbf{p}'_p \quad (2) \\ m_n = m_p = 1 \Rightarrow p^2 = 2T \quad (3) \end{array}\right\}$$

de (2) resulta

$$p_n^2 = p_n'^2 + p_p'^2 + 2p'_n p'_p \cos(\theta + \varphi),$$

Teniendo en cuenta (1) y (3), y sustituyendo $T'_p = T_n - T'_n$, resulta

$$2\sqrt{T'_n(T_n - T'_n)}\cos(\theta + \varphi) = 0,$$

de donde se deduce que

$$\cos(\theta + \varphi) = 0 \Rightarrow \theta + \varphi = 90^o$$

luego $\boxed{\varphi = 90 - \theta}$ c.q.d.

b) De (2): $\mathbf{p}'_p = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}'_n$, luego

$$p_p'^2 = p_n^2 + p_n'^2 - 2p_n p'_n \cos\theta,$$

sustituyendo T'_p por su valor, y según (3), resulta

$$T'_n = \sqrt{T_n T'_n}\cos\theta \Rightarrow \boxed{T'_n = T_n \cos^2\theta}$$

De una manera análoga se despejan p'_n y T'_n para dar como resultado

$$T'_p = \sqrt{T_n T'_p}\cos^2\varphi \Rightarrow T'_p = T_n \cos^2\varphi \Rightarrow$$

$$\boxed{T'_p = T_n \operatorname{sen}^2\theta}$$

2.2. Niveles de Energía y secciones eficaces - Resonancia

1. El isótopo radiactivo O^{15}, que tiene importantes aplicaciones médicas, se puede producir en la reacción $C^{12}(\alpha, n)O^{15}$.

   a) La sección eficaz alcanza un pico cuando la energía de las partículas α incidentes es 14,6 MeV¿Cuál es la energía de excitación del núcleo compuesto?

   b) La sección eficaz de la reacción para la energía incidente del apartado anterior es de 25 mb. Suponiendo un blanco de carbón de 0,10 mg/cm^2 y una corriente de 20 nA de partículas α, calcular la actividad que resulta después de 10 m de irradiación. $T = 122$ s.

Solución

a) Las resonancias ocurren cuando se alcanzan niveles excitados del núcleo compuesto. En este caso el núcleo compuesto es O^{16}.
Para calcular la energía de excitación del núcleo compuesto planteamos el caso general

$$a + A \longrightarrow Z^*.$$

Por conservación de la energía total y del momento

$$m_a c^2 + T_a + m_A c^2 = m_Z c^2 + E_{ex} + T_Z,$$

$$m_a v_a = m_Z v_Z \longrightarrow m_a T_a = m_Z T_Z,$$

$$T_Z = \frac{m_a}{m_Z} T_a,$$

considerando el núcleo blanco en reposo. Sustituyendo en la expresión de la energía y despejando

$$E_{ex} = (m_A + m_a - m_Z)\, c^2 + T_a \left(1 - \frac{m_a}{m_Z}\right).$$

Si tenemos en cuenta que $m_Z - m_a \simeq m_A$ y que $m_Z \simeq m_A + m_a$,

$$E_{ex} = (m_A + m_a - m_Z)\, c^2 + T_a \left(\frac{m_A}{m_A + m_a}\right).$$

Para el caso del problema

$$E_{ex} = \left(m\left(C^{12}\right) + m\left(He^4\right) - m\left(O^{16}\right)\right)c^2 + T_{He}\left(\frac{m(C^{12})}{m\left(C^{12}\right) + m\left(He^4\right)}\right).$$

Sustituyendo los valores que aparecen en las tablas

$$E_{ex} = (12 + 4,002603 - 15,994915)\,c^2 + 14,6\left(\frac{12}{12+4}\right) =$$

$$= 7,688 \times 10^{-3}c^2 + 10,95,$$

$$E_{ex} = \boxed{18{,}11 \text{ MeV}}$$

b) Calculamos las partículas α por segundo que inciden sobre el blanco. Cada partícula alfa tiene una carga equivalente a $2e^-$,

$$Q\left(2e^-\right) = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C},$$

$$I = 20 \text{ nA} = 20 \times 10^{-9} \text{ C/s} \longrightarrow$$

$$\psi\left(\frac{\alpha' s}{\text{s}}\right) = \frac{20 \times 10^{-9}}{3,2 \times 10^{-19}} = 6,25 \times 10^{10}\frac{\alpha' s}{\text{s}}.$$

Podemos calcular también el número de núcleos por cm^2 que tiene el blanco

$$n = \frac{0,10 \times 10^{-3} \times 6,022 \times 10^{23}}{12} = 5,02 \times 10^{18}\text{nucl/cm}^2.$$

La actividad será

$$A = \sigma n \psi\left(1 - e^{-\lambda t}\right), \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{122} = 5,68 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1},$$

$$A = 25 \times 10^{-27} \times 5,02 \times 10^{18} \times 6,25 \times 10^{10}\left(1 - e^{-5,68\times 10^{-3}\times 600}\right),$$

$$\boxed{A = 7{,}58 \text{ kBq} = 0{,}2\ \mu\text{Ci}}$$

2. El núcleo de Li^5 presenta una resonancia en la dispersión elástica de protones con He^4, con energía de 2 MeV. La resonancia tiene una anchura de 0,5 MeV y $g = 2$.

a) ¿Cuál es la vida media del Li^5?

b) Estimar la sección eficaz para esa energía de resonancia.

Solución

a) La anchura de la resonancia se relaciona con la constante de desintegración mediante

$$\Gamma = \hbar\lambda = \frac{\hbar}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6,58 \times 10^{-16} \text{ eV.s}}{0,5 \times 10^{6} \text{ eV}} = \boxed{1{,}32 \times 10^{-21} \text{ s}}$$

b) La sección eficaz de difusión es

$$\sigma\left(E\right) = g\frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma^2}{\left(E - E_o\right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Como se trata de una resonancia $E = E_o$ la expresión anterior queda del siguiente modo

$$\sigma\left(E_o\right) = \frac{4\pi g}{k^2} = \frac{8\pi}{k^2}, \text{ donde el número de ondas } k^2 = \frac{2\mu E_o}{\hbar^2}.$$

La masa reducida

$$\mu = \frac{m_\alpha\, m_{\mathrm{p}}}{m_\alpha + m_{\mathrm{p}}} = \frac{4,002603 \times 1,007825}{4,002603 + 1,007825} = 0,805105 \text{ u.a.m} =$$

$$= 749,956 \mathrm{MeV/c^2},$$

$$\sigma\left(E_o\right) = \frac{4\pi\hbar^2}{\mu E_o} = \frac{4\pi\left(6,58 \times 10^{-22}\right)^2}{749,956 \times 2/(9 \times 10^{20})} = 3,26 \times 10^{-24} \text{ cm}^2,$$

$$\sigma\left(E_o\right) = \boxed{3{,}26 \text{ b}}$$

3. Al estudiar la reacción $B^{11}(\alpha, n)N^{14}$, originada al bombardear un blanco de B^{11} con partículas alfa de 4,0 MeV, se encuentra que la Q de la reacción vale 0,152 MeV. La reacción se encuentra acompañada por radiación gamma cuya energía E_γ = 2,31 MeV. Por otro lado, al estudiar la difusión de protones de $T_p = 7,0$ MeV sobre N^{14} se observa la subsiguiente emisión de radiación γ de energías 5,10 MeV, 4,91 MeV, 3,95 MeV, 2,79 MeV, 2,31 MeV y 1,64 MeV. Los de 2,79 y 2,31 MeV por una parte y 1,64 y 2,31 por otra, se emiten en coincidencia.

   A partir de los anteriores datos experimentales, establecer el esquema de niveles del nucleido N^{14} para bajas energías de excitación.

Solución

Vamos a calcular en un caso general cuál será la energía disponible para la excitación de niveles, lo haremos en el sistema centro de masas.

$$a + A \longrightarrow b + B.$$

Por la conservación de la energía y del momento

$$T_a + m_a c^2 + m_A c^2 = m_b c^2 + m_B c^2 + T_{cm},$$

$$m_a T_a = (m_b + m_B)\, T_{cm},$$

$$T_{cm} = \frac{m_a}{m_b + m_B} T_a,$$

sustituyendo y despejando, la energía disponible

$$E_{dis} = T_\alpha + Q - T_{cm} = Q + T_a \left(1 - \frac{m_a}{m_b + m_B}\right). \tag{3.12}$$

En el problema que estamos estudiando del bombardeo con partículas α

$$E_{dis} = T_\alpha \left(1 - \frac{m\,(\alpha)}{m\,(n) + m\,(N^{14})}\right) + Q = 4 \times \frac{11}{15} + 0,152 = 3,08 \text{ MeV}.$$

Con esta energía disponible se ha poblado el nivel de 2,31 MeV, se tratará del primer nivel excitado del N^{14}.

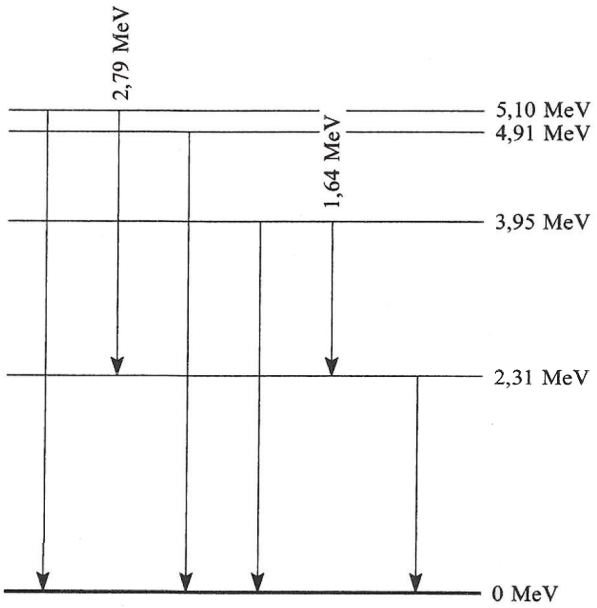
Para la difusión de protones, $Q = 0$,

$$E_{dis} = T_p \left(1 - \frac{m\,(p)}{m\,(p) + m\,(N^{14})}\right) = 7 \times \frac{14}{15} = 6,53 \text{ MeV}.$$

Puede poblar un nivel que se encuentre por debajo de esa energía. Vemos los que se emiten en coincidencia:

$$2,79 + 2,31 = 5,10 \text{ MeV},$$
$$1,64 + 2,31 = 3,95 \text{ MeV}.$$

El γ de 4,91 MeV es una transición directa de un nivel con esa energía al fundamental. Por lo tanto los niveles de energía serán: 2,31 – 3,95 – 4,91 y 5,10 MeV. El esquema de desintegración es el siguiente:



2.3. Energía umbral

1. Calcular las energías cinéticas umbral de las partículas α y neutrones en las siguientes reacciones:

   a) $\alpha + Li^7 \rightarrow B^{10} + n$

   b) $\alpha + C^{12} \rightarrow N^{14} + d$

c) $n + O^{17} \rightarrow C^{14} + \alpha$

d) $n + C^{12} \rightarrow Be^{9} + \alpha$

Solución

Recordando la expresión para la energía umbral (3.1) y la Q

$$T_u = |Q| \left(1 + \frac{m}{M}\right), \qquad Q = (\Sigma m_i - \Sigma m_f)\, c^2,$$

con las masas obtenidas de las tablas los resultados son los siguientes

a)

$$Q = (4,002603 + 7,016004 - (10,012937 + 1,008665))\, c^2 =$$

$$= -2,995 \times 10^{-3}\ c^2 = -2,790 \text{ MeV},$$

$$T_u = 2,790 \left(1 + \frac{4}{7}\right) = \boxed{\text{4,38 MeV}}$$

b)

$$Q = (4,002603 + 12 - (14,003074 + 2,014102))\, c^2 =$$

$$= -0,014573\ c^2 = -13,575 \text{ MeV},$$

$$T_u = 13,575 \left(1 + \frac{4}{12}\right) = \boxed{\text{18,1 MeV}}$$

c)

$$Q = (1,008665 + 16,999131 - (14,003242 + 4,002603))\, c^2 =$$

$$= 1,951 \times 10^{-3}\ c^2 = 1,817 \text{ MeV} > 0.$$

No se necesita energía umbral ya que se trata de una reacción exotérmica

d)

$$Q = (1,008665 + 12 - (9,012182 + 4,002603))\, c^2 =$$

$$= -6,12 \times 10^{-3}\, c^2 = -5,701 \text{ MeV},$$

$$T_u = 5,701 \left(1 + \frac{1}{12}\right) = \boxed{\text{6,176 MeV}}$$

↭

2. Cuando se emplean núcleos de tritio para bombardear hidrógeno,

   a) ¿Cuál es la energía umbral de la reacción $H^1 + H^3 \rightarrow n + He^3$?

   b) ¿Es igual a la energía umbral para producir esta misma reacción cuando son protones los que bombardean un blanco de tritio?

   c) ¿Cuál es la energía cinética de los neutrones producidos en este último caso en condiciones umbralesen el sistema centro de masas?

Solución

a) y b) Calculando Q y T_u, con las masas de las tablas

$$Q = (1,007825 + 3,016049 - (1,008665 + 3,016029))\, c^2 =$$

$$= -8,2 \times 10^{-4}\, c^2 = -0,764 \text{ MeV},$$

$$T_u = |Q| \left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$T_u = 0,764\,(1+3) =$ 3,056 MeV cuando el proyectil es el tritio,

$T_u = 0,764 \left(1 + \frac{1}{3}\right) =$ 1,019 MeV cuando el proyectil es el protón.

c) La energía cinética total que se reparten los neutrones y el He^3 es

$$E_T = T_u + Q = 1,019 - 0,764 = 0,255 \text{ MeV},$$

En el sistema centro de masas $p_n = p_{He^3}$

$$\left.\begin{array}{l} T_n + T_{He^3} = 0,255 \\ T_n/T_{He^3} = m_{He^3}/m_n \end{array}\right\} \text{ operando se obtiene que}$$

$$T_n = \frac{0,255}{1 + m_n/m_{He^3}} = \frac{0,255}{1 + \frac{1}{3}},$$

$$T_n = \boxed{0,191 \text{ MeV}}$$

3. Un blanco de litio se irradia con un haz de protones cuya energía cinética excede 2 veces la energía umbral. Encontrar la energía de los neutrones procedentes de la reacción $Li^7(p,n)Be^7 - 1,64$ MeV que salen a 90^o del haz de protones. (Proceso similar al que aparece en el problema de la página 94).

Solución

$T_p = 2T_u$.

Según la expresión (3.1)

$$T_u = |Q|\left(1 + \frac{m}{M}\right) = 1,64\left(1 + \frac{1}{7}\right) = 1,84 \text{ MeV} \longrightarrow T_p = 3,74 \text{ MeV}.$$

Sustituyendo en la ecuación (3.2)

$$Q = T_p\left(\frac{m_p}{m_{Be}} - 1\right) + T_n\left(\frac{m_n}{m_{Be}} + 1\right) = 3,74\left(\frac{1}{7} - 1\right) + T_n\left(\frac{1}{7} + 1\right) = -1,64,$$

operando se obtiene

$$T_n = \boxed{1{,}37 \text{ MeV}}$$

4. Consideremos las siguientes reacciones nucleares:

$$Be^9(He^3,p)B^{11},\ Be^9(He^3,d)B^{10} \text{ y } Be^9(He^3,t)B^9.$$

a) Calcular las correspondientes Q de reacción y los valores umbrales energéticos de las partículas He^3 incidentes.

b) Suponiendo que la primera de las citadas reacciones se produce bombardeando un blanco de Berilio (100 % Be^9, elemento monoisotópico) con un haz de partículas He^3 de 1,4 MeV, ¿qué niveles excitados del núcleo residual cabe esperar, en un principio, que se observen?.

Solución

a) (a) $Q = (\Sigma m_i - \Sigma m_f)c^2$, con esta expresión y con las masas de las tablas se obtiene el valor de Q para los distintos casos.

$Be^9(He^3, p)B^{11}$

$$Q = (9,012182 + 3,016029 - (1,007825 + 11,009305))\, c^2 =$$

$$= 1,108 \times 10^{-2}\, c^2 = 10,322 \text{ MeV} > 0, \text{ Exotérmica.}$$

$Be^9(He^3, d)B^{10}$

$$Q = (9,012182 + 3,016029 - (2,014102 + 10,012937))\, c^2 =$$

$$= 1,172 \times 10^{-3}\ c^2 = 1,09 \text{ MeV} > 0, \text{ Exotérmica.}$$

$Be^9(He^3, t)B^9$

$$Q = (9,012182 + 3,016029 - (3,016049 + 9,013329))\, c^2 =$$

$$= -1,167 \times 10^{-3}\, c^2 = -1,087 \text{ MeV} < 0, \text{ Endotérmica,}$$

$$T_u = |Q| \left(1 + \frac{m}{M}\right) = 1,087 \left(1 + \frac{3}{9}\right) = 1,450 \text{ MeV.}$$

b) Recordando la expresión(3.12) que aparece en un problema anterior y sustituyendo valores

$$E_{dis} = T_{He^3} \left(1 - \frac{m\left(He^3\right)}{m\left(p\right) + m\left(B^{11}\right)}\right) + Q = 1,4 \times \frac{9}{12} + 10,322 =$$

$$= 11,372 \text{ MeV,}$$

Los niveles que caben esperar son todos los que estén por debajo de esa energía.

2.4. Activación

1. Un gramo de Manganeso se irradia en un flujo de 10^{12} neutrones térmicos/cm^2. s. ¿Cuál es el nivel de actividad (en Bq) que se alcanza al cabo de 5 h? $T = 2,58$ h. El manganeso es 100 % Mn^{55}. $\sigma_a = 13,2$ b.

Solución

Para obtener la actividad partimos de la ec.(3.4).

$$\left.\begin{array}{c}\Phi\sigma = 1,32 \times 10^{-11}\,\mathrm{s}^{-1} \\ \lambda = 7,46 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}\end{array}\right\} \text{ se ve que } \lambda \gg \Phi\sigma$$

$$e^{-\Phi\sigma t} \approx 1,$$

luego podemos utilizar la ec.(3.5), y aplicar la ec.(3.6) para calcular la actividad, en donde

$$N_o = \frac{6,022 \times 10^{23}}{55} = 1,1 \times 10^{22} \text{ núcleos de} Mn^{54}$$

$$\Sigma\Phi = \sigma\, N_o \Phi = 13,2 \times 10^{-24} \times 1,1 \times 10^{22} \times 10^{12} = 1,45 \times 10^{11} \text{ Bq},$$

$$(1 - e^{-\lambda t}) = 0,739.$$

El nivel de actividad que habrá alcanzado al cabo de 5 horas, será

$$A(t) = 0,739 \times 1,45 \times 10^{11} = \boxed{1{,}07 \times 10^{11} \text{ Bq}}$$

2. Se sitúa una lámina de In^{115} de 1 cm de diámetro y 0,05 g de masa en el interior de un reactor térmico. Se procede a su irradiación durante 20 m y tras un tiempo de espera de 2 horas, se efectúa el registro de su actividad residual mediante un contador proporcional que tiene $C_f = 50$ cuentas/m de ruido de fondo y una eficiencia $\varepsilon = 10^{-3}$. Sabiendo que el contador registró 2750 cuentas/m y que $\sigma_a = 175$ b,

   a) Hallar la sección eficaz macroscópica de absorción del In^{115}.

b) Calcular el flujo neutrónico en el punto de medición.
$T(In^{115}) = 54$ m.

c) Determinar la actividad que tendrá al cabo de un día de espera.

Solución

a) Como

$$\Sigma_a = \sigma_a\, N = 175 \times 10^{-24} \times 0,05 \times \frac{6,022 \times 10^{23}}{115}\ \mathrm{cm}^{-1}.$$

La sección eficaz macroscópica de absorción, será

$$\Sigma_a = \boxed{0{,}0458\ \mathrm{cm}^{-1}}$$

b) Aplicando en este caso la ec.(3.8)

$$\Phi = \frac{A(t')}{\Sigma(1 - e^{-\lambda t})\, e^{-\lambda t'}},$$

$$A(t') = (C - C_f)/\epsilon = 2700/10^{-3} = 2,7 \times 10^6\ \ \mathrm{c/m},$$

$$\lambda t = 0,256;\ e^{-\lambda t} = 0,773;\quad (1 - e^{-\lambda t}) = 0,227,$$

$$\lambda t' = 1,536;\quad e^{-\lambda t'} = 0,215.$$

Como dato obtenido antes, se sabe que $\Sigma_a = 0,0458\ \mathrm{cm}^{-1}$,
luego el flujo neutrónico será

$$\Phi = \frac{2,7 \times 10^6}{0,0458 \times 0,227 \times 0,215} = 1,21 \times 10^9\ \mathrm{c/cm^2.min} \Longrightarrow$$

$$\Phi = \boxed{2{\times}10^7\ \mathrm{neutr/cm^2.s}}$$

Hemos supuesto que $\Phi\sigma << \lambda$, y que $e^{-\Phi\sigma t} = 1$, como vemos que así ocurre.

c) Aplicando también la ec.(3.8) se puede poner de forma

$$A\left(t''\right) = A\left(t\right) e^{-\lambda t''}$$

siendo ahora

$$\lambda t'' = \ln 2 \times 24 \times 60/54 = 18,48$$

$$e^{-\lambda t''} = 9,42 \times 10^{-9}$$

y la actividad al cabo de un día de espera, resulta

$$A\left(t''\right) = 3,7 \times 10^{6} \times 9,42 \times 10^{-9} \text{ c/m} = 4,24 \times 10^{-4} \text{ Bq}$$

Se observa que después de un día de espera, la actividad ha decaido mucho.

2.5. Fisión y Fusión

1. Determinar la densidad de potencia térmica (W/cm^3) que se genera en el combustible (UO_2) de un reactor de fisión, en donde el 3 % es U^{235}. El flujo de neutrones es de 2×10^{13} n/cm^3.s y la energía efectiva es $E = 0,05$ eV.

   Considerar que las secciones eficaces en la región térmica varían según $1/v$. La sección eficaz de fisión del U^{235} a la energía de 0,0025 eV es de 585 b.
   $\rho = 9$ g/cm^3.

Solución

Teniendo en cuenta la proporcionalidad de σ con $(1/v)$, y por lo tanto con $E^{1/2}$,

$$\sigma_f(0,05 \text{ eV}) \approx \sigma(E_o)(\frac{E_o}{E})^{1/2} = 582 \times (\frac{0,025}{0,05})^{1/2} = 411 \text{ b.}$$

Como hay una mezcla homogénea,

$$M = 238 + (2 \times 16) = 270,$$

$$N^{235} = 0,03 \times 9 \times \frac{6,023 \times 10^{23}}{270} = 6,023 \times 10^{20} \text{ n/cm}^3 \text{ de} U^{235},$$

$$\Sigma_f = N\,\sigma_f = 6,023 \times 10^{20} \times 411 \times 10^{-24} = 0,247 \text{ cm}^{-1}.$$

De la ec.(3.9), la densidad de potencia será:

$$\frac{P/V}{=} \frac{\Sigma_f \Phi}{3,1 \times 10^{10}} = 0,247 \times 2 \times 10^{13} \times \frac{1}{3,1 \times 10^{10}} = \boxed{159{,}2 \text{ W/cm}^3}$$

2. Se tiene 1 litro de agua, si todo el deuterio que contiene se fusionara mediante la reacción DD ¿Cuánta energía se liberaría? Expresar el resultado en J. El deuterio forma el 0,0148 % del hidrógeno natural.

Solución

Como se ha visto en la página 88 hay dos posibles reacciones DD, que tienen un 50 % de probabilidad de ocurrir

$$H_1^2 + H_1^2 \longrightarrow He_1^3 + n + 3,27 \text{ MeV},$$

$$H_1^2 + H_1^2 \longrightarrow H_1^3 + H_1^1 + 4{,}03 \text{ MeV}.$$

Primero hay que calcular cuántas moléculas del agua hay en un litro de agua. 1 l = 1 dm^3. La densidad del agua es $\rho = 1$ g/cm^3 $= 10^3$ g/dm^3. P$_{atm}(H_2O)$=18.

$$n_{mol} = 10^3 \times \frac{6,023 \times 10^{23}}{18} = 3,35 \times 10^{25} \text{ moléculas/dm}^3.$$

Como cada molécula tiene dos átomos de hidrógeno,

$$n_{at(H)} = 2 \times 3,35 \times 10^{25} = 6,7 \times 10^{25} \text{ átomos/dm}^3.$$

El 0,0148 % de estos átomos serán de deuterio,

$$n_{at(D)} = \frac{0,0148}{100} \times 6,7 \times 10^{25} = 9,92 \times 10^{21} \text{ átomos de deuterio/dm}^3.$$

Para realizar una reacción DD se necesitan dos átomos de deuterio por lo que hay la posibilidad de $9{,}92\times10^{21}/2 = 4,958 \times 10^{21}$ reacciones DD. De ellas cada 50 % será de uno de los dos tipos antes indicados.

$$\frac{4,958 \times 10^{21}}{2} \times 3,27 = 2,479 \times 10^{21} \times 3,27 = 8,11 \times 10^{21} \text{ MeV},$$

$$\frac{4,958 \times 10^{21}}{2} \times 4,03 = 2,479 \times 10^{21} \times 4,03 = 9,99 \times 10^{21} \text{ MeV}.$$

$$E_{\text{liberada}} = 8,11 \times 10^{21} + 9,99 \times 10^{21} = 1,81 \times 10^{22} \text{ MeV/dm}^3$$

$$E_{\text{liberada}} = 1,81 \times 10^{22} \times 1,602 \times 10^{-19} = \boxed{2{,}90\times10^{3} \text{ MJ/dm}^3}$$

3. Una reacción interesante en la aplicación de procesos termonucleares es la siguiente:

$$D + D \rightarrow He^3 + n.$$

   a) Si los núcleos de deuterio interaccionan en reposo, calcular la energía cinética total del neutrón y el núcleo de He^3 (en MeV).

   b) Calcular el momento lineal de cada uno (en MeV/c).

   c) Si los núcleos de deuterio deben encontrarse a una distancia de 10^{-11} cm uno de otro, ¿qué energía hay que suministrar para vencer la repulsión electrostática?

   d) Si se proporciona esta energía calentando a temperatura muy elevada, ¿cuál es la temperatura necesaria?

Solución

a) Con los datos de las masas obtenidos de la tabla del apéndice

$$Q = T_c = (m_i - m_f)c^2 = (2 \times 2,014102 - (3,016029 + 1,008665))c^2 =$$

$$= 3,51 \times 10^{-3}\ c^2 = \boxed{3{,}27 \text{ MeV}}$$

$$Q = T_{He^3} + T_n \quad (1).$$

Por la conservación de la energía y del momento

$$m_{He^3} T_{He^3} = m_n T_n \quad (2),$$

de (1) y de (2) se tiene

$$T_n = \frac{m_{He^3}}{m_n + m_{He^3}} Q, \quad T_{He^3} = \frac{m_n}{m_n + m_{He^3}} Q,$$

$$T_n = \frac{3,016029}{1,008665 + 3,016029} \times 3,27 = \boxed{2{,}45 \text{ MeV}}$$

$$T_{He^3} = Q - T_n = \boxed{0{,}82 \text{ MeV}}$$

b) Como los deuterones están en reposo su momento lineal es igual a cero, los momentos resultantes del n y He^3 son iguales y de sentido contrario.

$$p_{He^3} = p_n = p.$$

Por conservación de la energía total

$$\sqrt{m_n^2 c^4 + p^2 c^2} + \sqrt{m_{He^3}^2 c^4 + p^2 c^2} = T_c + m_n c^2 + m_{He^3} c^2 =$$

$$= 3,75 \times 10^3 \text{ MeV} = E.$$

Para simplificar $c = 1$. Elevando sucesivamente al cuadrado y despejando queda

$$p^2 = \frac{E^4 + \left(m_n^2 - m_{He^3}^2\right)^2 - 2E^2 \left(m_n^2 + m_{He^3}^2\right)}{4E^2},$$

sustituyendo los valores de las masas que aparecen en la tabla y el valor de la energía total

$$p^2 = 4606,33 \text{ MeV}^2/c^2.$$

$$p = \boxed{67{,}87 \text{ MeV}/c}$$

c) Sabemos que la repulsión electrostática viene dada por la siguiente ecuación

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o} \frac{Z^2}{r},$$

recordando que

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o} = 1,440 \text{ MeV.fm} \quad \text{y} \quad \text{que} \quad r = 10^{-11} \text{ cm} = 100 \text{ fm},$$

sustituimos en la expresión anterior

$$V_c = 1,440 \times \frac{1}{100} = 0,0144 \text{ MeV} = \boxed{14{,}4 \text{ keV}}$$

es la energía que hay que suministrar para vencer la repulsión electrostática.

d) En la distribución de Maxwell-Boltzmann la energía más probable es

$$E_c = \frac{3}{2}kT,$$

de donde

$$T = \frac{2}{3}\frac{E_c}{k} = \frac{2}{3} \times \frac{0,0144}{8,625 \times 10^{-11}} = \boxed{1{,}11 \times 10^8 \text{ K}}$$

es la temperatura necesaria en este caso para superar la barrera de Coulomb.

4. Supongamos que en un proceso de fusión dos núcleos de Li^6 reaccionaran formando tres partículas α. El proceso podría producirse mediante láser. ¿Cuántos MJ por kilo de litio natural se obtendrían si se pudiese hacer la reacción de esta forma? El 7,4 % del litio natural es Li^6.

Solución

La reacción propuesta será

$$Li_3^6 + Li_3^6 \longrightarrow 3He_2^4 + Q.$$

Con las masas que aparecen en la tabla se determina Q

$$Q = \left(2m_{Li} - 3m_{\text{He}}\right) c^2 = (2 \times 6,015122 - 3 \times 4,002603)\, c^2 = 0,02243\, c^2 =$$

$$= 20,90 \text{ MeV, se liberan en cada reacción.}$$

Para saber cuántos núcleos de Li^6 hay en 1 kg de litio natural

$$N = \frac{7,4}{100} \times \frac{6,023 \times 10^{23}}{6} = 7,43 \times 10^{21} \text{ núcleos de } Li^6/\text{kg}.$$

Con N núcleos de Li^6 se producen $N/2$ reacciones, por lo que la energía liberada será

$$E = \frac{7,43 \times 10^{21}}{2} \times 20,90 = 7,76 \times 10^{22} \text{ MeV/kg} =$$

$$= 7,76 \times 10^{22} \times 1,602 \times 10^{-19} = \boxed{1{,}24 \times 10^4 \text{ MJ}} \text{ en cada kg de litio natural.}$$

↭

5. Demostrar que si el planeta Júpiter fuera uniformemente denso, su energía cinética por nucleón sería aproximadamente 6 eV, demasiado pequeña para inducir reacciones nucleares. Este planeta está compuesto principalmente de hidrógeno, su masa es $1{,}9 \times 10^{27}$ kg y su radio 7×10^7 m.

Solución

El potencial gravitatorio dentro de una esfera uniforme de masa M y radio R es

$$V(r) = GM\left(\frac{3}{2R} - \frac{r^2}{2R^3}\right)$$

La energía gravitatoria de interacción entre las distintas partes de la esfera es una función radial, no depende del ángulo y su valor es

$$E_p = \frac{1}{2}\int V(r)\,\sigma d^3r$$

donde σ es la densidad volumétrica de masa y d^3r es el elemento de volumen

$$d^3r = 4\pi r^2 dr$$

$$E_p = \frac{1}{2}\int_0^R \left[-GM\left(\frac{3}{2R} - \frac{r^2}{2R^3}\right)\sigma 4\pi r^2\right] dr =$$

$$= -2\pi\sigma GM \int_0^R \left(\frac{3}{2R} - \frac{r^2}{2R^3}\right) r^2 dr = -8\pi\sigma GM \frac{R^2}{10}$$

Como es uniformemente denso, σ no depende de r y siempre vale

$$\sigma = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

con lo que

$$E_p = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Sustituyendo los datos y las constantes

$$E_p = -\frac{3}{5} \times \frac{6,67 \times 10^{-11} \left(1,9 \times 10^{27}\right)^2}{7 \times 10^7} = -2 \times 10^{36} \text{ J}$$

Se calcula ahora cuántos átomos de hidrógeno hay

$$N = \frac{1,9 \times 10^{27}}{1,67 \times 10^{-27}} = 1,137 \times 10^{54}$$

La energía potencial por nucleón será

$$\frac{E_p}{N} = -\frac{2 \times 10^{36}}{1,137 \times 10^{54}} = -1,76 \times 10^{-18} \text{ J/nucleón} = -11 \text{ eV/nucleón}$$

Según el teorema del virial

$$\frac{\langle T \rangle}{N} = -\frac{1}{2}\frac{\langle E_p \rangle}{N} = 5,6 \text{ eV} \simeq 6 \text{ eV} = 9 \times 10^{-19} \text{ J}$$

donde $\langle T \rangle$ es el promedio en el tiempo de la energía cinética, y $\langle E_p \rangle$ es el promedio en el tiempo de la energía potencial gravitatoria.

La temperatura correspondiente a esta energía es tal que

$$\frac{\langle T \rangle}{N} = \frac{3}{2}kT$$

$$T = \frac{9 \times 10^{-19} \times \frac{2}{3}}{1,38 \times 10^{-23}} = 43{,}478 \text{ K}$$

Esta temperatura es demasiado baja para que se produzcan fusiones, como se ha visto en un problema anterior (página 113), la temperatura necesaria para poder superar la barrera de Coulomb es $\sim 10^8$ K. Como se ve es 4 órdenes de magnitud superior a la que hay en Júpiter, por eso este planeta no es una estrella.

3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Para las siguientes reacciones, hallar el valor de Q y el umbral de energía del proyectil en el sistema de referencia del laboratorio, suponiendo que el núcleo que hace de blanco está en reposo:

   a) $N^{14}(\alpha, p)O^{17}$,
   b) $O^{16}(n, \alpha)C^{13}$,
   c) $C^{12}(p, n)N^{12}$,
   d) $Cl^{35}(\alpha, n)K^{38}$.

2. Una partícula α atraviesa el gas de una cámara de expansión, colisiona con un núcleo más pesado que ella y como resultado del choque es difundida un ángulo de 56^o, el núcleo se mueve bajo un ángulo de 54^o respecto a la dirección original de la partícula α. Calcular el número de masa del núcleo.

3. Una partícula α colisiona con un electrón libre estacionario ¿Cuál será el ángulo máximo posible a través del cual la partícula α se dispersará?

4. Se estudia la reacción $Be^9(H^3, H^1)Be^{11}$ bombardeando Be^9 con tritones de 5 MeV. Se observan a 90^o del haz incidente protones de energías de 2,260; 1,967 y 0,620 MeV debido a la formación de Be^{11} en el fundamental y en dos estados excitados.

   a) Hallar la masa atómica del Be^{11} y la energía cinética con la que sale.
   b) Hallar la energía de excitación de los estados excitados.

5. Se produce la fotodesintegración del berilio según la reacción $Be^9\,(\gamma, n)\,Be^8$, con fotones de energía $\hbar\omega = 1,78$ MeV, y la energía de la reacción es $Q = -1,65$ MeV.

   a) Calcular la energía de los neutrones producidos.
   b) ¿Con qué energía saldrá el Be^8?

6. La reacción $C^{13}(d, \alpha)B^{11} + 5,16$ MeV se produce cuando deuterones con energía $T_d = 10$ MeV chocan con núcleos de carbón. ¿Qué ángulo formarán las direcciones con las que salen los productos de la reacción, cuando

   a) los núcleos producidos divergen de forma simétrica?

b) la partícula α sale formando ángulo recto con la dirección del deuterón?

7. El manganeso sólo tiene un isótopo estable, el Mn^{55}, con $\rho = 7,43$ g/cm^3.

   a) Calcular la sección eficaz microscópica en base al área geométrica y a la fórmula empírica $R = 1{,}4\times10^{-16}A$ m, siendo R el radio y A el número másico.

   b) Calcular la sección eficaz macroscópica (coeficiente de atenuación) correspondiente.

8. En las interacciones de neutrones lentos de energía E con In^{115} se tiene una resonancia para $E = E_1 = 1,45$ eV. Se sabe además $\Gamma_\gamma = 0,08$ eV, $\Gamma_\mathrm{n} = 5\times10^{-3}$ eV y $g = 3/5$. Calcular la sección eficaz máxima de resonancia.

9. ¿Cuál es el valor máximo de la sección eficaz de reacción para neutrones lentos de energía E, al incidir sobre un blanco de Xe^{135}. El Xe^{135} tiene un espín de $J = 3/2$, mientras que el correspondiente espín del núcleo compuesto Xe^{*135} es $J' = 2$. Aplicar al caso de $E = 0{,}4$ eV.

10. Se produce K^{38} mediante la siguiente reacción $Ar^{38}(p,n)K^{38}$ con $Q = -6,696$ MeV.

    a) ¿Cuál será la energía umbral de los protones para producirla? Usar valores enteros de las masas.

    b) ¿Cuál es la energía de los neutrones (en el sistema del centro de masas) para los protones de 10 MeV?

11. Protones con energía cinética umbral de 6,45 MeV producen la reacción $S^{34}(p,n)Cl^{34}$. Para un blanco de hidrógeno y proyectiles de S^{34}, calcular (no relativisticamente) la energía umbral para la producción de Cl^{34}.

12. Se irradia un trozo de 15 g de Au^{197} ($\rho = 19,3$ g/cm^3) con neutrones térmicos en cuya reacción se produce Au^{198} ($T = 2,7$ días). Se retira después de tres horas, siendo su actividad de 1 Ci. $\sigma_c(Au) = 98$ b.

    a) ¿A qué flujo de neutrones estuvo sometido?

    b) ¿Qué actividad tendrá 10 horas después de haberla retirado?

13. Se utiliza un flujo de 10^7 neutrones térmicos/cm^2.s para activar una lámina de oro de 0,5 mm de espesor. La sección eficaz de captura del Au^{197} es de 98 b, y $\rho = 19,3$ g/cm^3.

a) Calcular cuantos núcleos/cm^2.s de Au^{198} se han formado después de la reacción $Au^{197}(n,\gamma)Au^{198}$.

b) Hallar el flujo de neutrones que ha atravesado la lámina.

14. Calcular la energía desprendida en la fisión

a) de un núcleo de U^{235}

b) de 1 g de U^{235}

de acuerdo con la siguiente reacción:

$$U_{92}^{235} + n_0^1 \longrightarrow Sr_{38}^{90} + Xe_{54}^{136} + 10n_0^1$$

15. ¿Qué relación hay entre la energía producida por la fisión de N gramos de U^{235} y la producida por fusión de N gramos de tritio con deuterio?

16. Suponer que en una estación de fusión se produce $7{,}5\times10^9$ kWh por año, con una eficiencia térmica del 40 %. La energía térmica requerida se produce por medio de las dos reacciones siguientes:
$d + t \rightarrow n + \alpha + 17,59$ MeV y $Li^6 + n \rightarrow \alpha + t + 4,78$ MeV

a) ¿Cuántos kilos de Li^6 se consumen al año?

b) Siendo el Li^6 el 7,5 % del litio natural, ¿cuánto litio natural se necesitará?

Tema 4

INTERACCIÓN DE LA RADIACIÓN CON LA MATERIA

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

1.1. Interacciones de partículas cargadas

La interacción de una partícula cargada con los átomos de un medio material puede dar lugar a distintos fenómenos, entre otros la pérdida de energía por ionización y el cambio de dirección (difusión elástica), dependiendo de la energía, la masa y la carga.

Partículas pesadas cargadas

El mecanismo dominante en la pérdida de energía de las partículas pesadas cargadas es la dispersión de Coulomb por electrones atómicos. Es más probable que la partícula choque con un electrón que con el núcleo.

En una colisión frontal entre una partícula de masa M con energía cinética T y un electrón de masa m, la pérdida de energía cinética de la partícula es de la forma

$$\Delta T = T\left(\frac{4m}{M}\right).$$

La pérdida específica de energía por ionización o *poder de frenado* para partículas cargadas está dada por la Fórmula de Bethe

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{mv^2} N \left[\ln \frac{2mv^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2\right],$$

donde I es un parámetro que representa un potencial medio de excitación del medio absorbente (con número atómico igual a Z), y vale $I \approx 11,5\,Z$ (eV).

La trayectoria de las partículas pesadas cargadas es prácticamente rectilínea. La distancia recorrida hasta que pierde su energía y se detiene, se llama *alcance.*

El alcance R depende de la energía de la partícula, de su masa y del material que atraviesa.

$$R = \int_T^0 \left(-\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE.$$

La expresión anterior es posible escribirla en función de la velocidad de la partícula,

$$R = \frac{M}{z^2} \int_0^v f(v) dv,$$

donde z es el número atómico de la partícula, M el peso atómico de la partícula y $f(v)$ es función de la velocidad de la partícula.

Existe una fórmula empírica del alcance de partículas α:

- Para partículas α en aire: $R_\alpha = 0,31\, T^{3/2}$ cm; $\quad 4 < T < 7$ MeV.
- Para partículas α en un medio de número másico A

$$R'_\alpha = 0,56\, R_\alpha\, A^{1/3} \text{ mg/cm}^2$$

donde R_α (cm) es el alcance en aire de la partícula con la misma energía T (MeV).

Rutherford demostró que la repulsión coulombiana entre un núcleo de un átomo pesado y una partícula α incidente, da lugar a que ésta describa una trayectoria hiperbólica. La distancia perpendicular desde el centro de un núcleo a la recta de incidencia, se conoce como *parámetro de impacto* b, cumpliéndose

$$b = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_o M v^2} \cot \frac{\theta}{2},$$

siendo z y Z los números atómicos de la partícula α y el núcleo; Mv^2 = doble de la energía cinética de la partícula α, y θ el ángulo de desviación de la dirección original de la partícula α.

La distancia de máxima aproximación para una interacción de Coulomb repulsiva, está representada por el *diámetro de la colisión*

$$d = \frac{zZe^2}{2\pi\varepsilon_o M v^2}.$$

Electrones/Positrones

Interaccionan, como las partículas pesadas, por la dispersión de Coulomb. Se diferencian en que tienen a menudo velocidades relativistas, la trayectoria es en zigzag y el alcance (definido anteriormente) es mucho menor que su trayectoria. En la fórmula de Bethe para los electrones hay que tener en cuenta las velocidades relativistas.

A causa de que está sometido a aceleraciones al pasar cerca de los núcleos, producen *bremsstrahlung, o radiación de frenado*. La pérdida total de energía tiene en cuenta las dos contribuciones: ionización y radiación.

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}.$$

En forma abreviada, queda

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{4r^2}{137} NTZ^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}, \tag{4.1}$$

donde T es la energía cinética del electrón,

r su radio,

N la concentración de átomos en la sustancia y

Z el número atómico de la sustancia.

$$\frac{(dE/dx)_{ion}}{(dE/dx)_{rad}} \approx \frac{800}{ZT(\text{MeV})}. \tag{4.2}$$

Como se observa en la ecuación (4.2), el término radiativo es importante solamente a altas energías y en materiales pesados.

Para determinar el alcance de la radiación beta (electrones emitidos en desintegraciones beta) se utiliza una fórmula semiempírica de Feather. En el caso del aluminio, es de la forma

$$R_\beta(\text{g/cm}^2) = \begin{cases} 0,407\,T^{1,38}, & 0,08 < T < 0,8 \text{ MeV} \\ 0,542\,T - 0,133, & 0,8 < T < 3 \text{ MeV} \end{cases} \qquad T \text{ en MeV}.$$

Radiación de Cerenkov

Si la velocidad de una partícula cargada atravesando un medio de índice de refracción n, es superior a la velocidad de la luz en ese medio, se forma un frente de onda coherente propagándose a un ángulo θ con la dirección de la partícula, donde

$$\cos\theta = \frac{c/n}{\beta c} = \frac{1}{n\beta}.$$

Esta coherencia no aparece hasta que $\beta = 1/n$, que es la *energía umbral* para observar la radiación.

1.2. Interacción de la radiación electromagnética

Procesos de interacción de la radiación electromagnética

Los tres procesos principales por los que interacciona la radiación electromagnética (rayos γ y rayos X) con la materia, son: el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton y la creación de pares.

En el **efecto fotoeléctrico**, un fotón es absorbido por un electrón atómico y éste sale libremente. La energía del electrón liberado, E_e, es igual a la del fotón, E_γ, menos su energía de enlace, E_b. Un electrón libre no puede absorber un fotón, porque es imposible que la reacción $e + \gamma \rightarrow e$ conserve a la vez el momento y la energía.

$$E_e = E_\gamma - E_b$$

El **efecto Compton** consiste en la dispersión de fotones por electrones libres. La energía del fotón dispersado un ángulo θ vale

$$E = \frac{m_o c^2}{(1-\cos\theta) + m_o c^2/E_o}, \tag{4.3}$$

donde E_o y E son las energías del fotón incidente y dispersado, respectivamente, y m_o es la masa en reposo del electrón.

En el proceso de **creación de pares**, un fotón crea un par electrón-positrón y desaparece.

El balance de energías es

$$E_\gamma = T_+ + mc^2 + T_- + mc^2,$$

siendo T_+ y T_- las energías cinéticas del positrón y el electrón. Como el efecto fotoeléctrico, este proceso necesita la presencia de un átomo para que se produzca. Necesariamente hay un umbral, que es de $2mc^2 = 1,022$ MeV, por lo que es importante sólo para fotones de alta energía

Atenuación de la radiación electromagnética

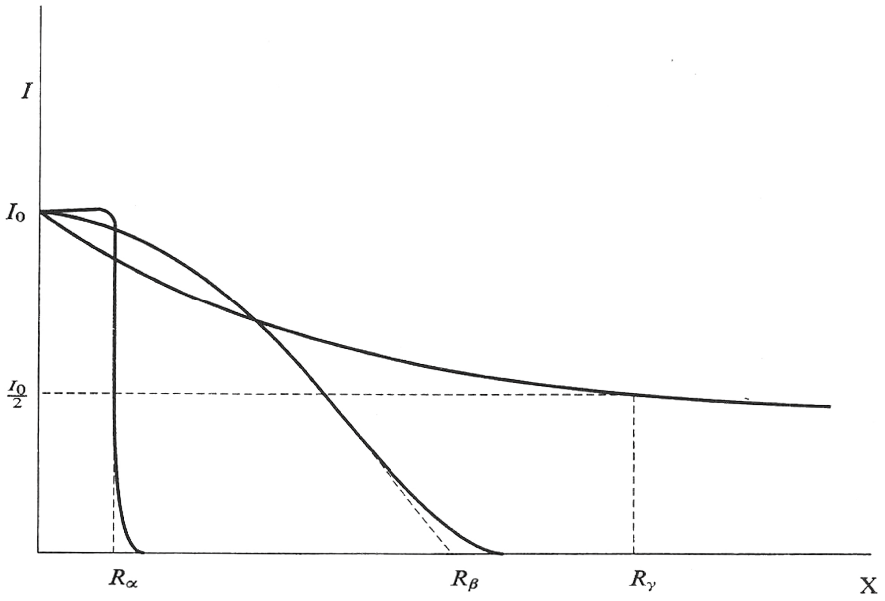


Figura 4.1. Atenuación de la radiación.

Consideremos un haz colimado de fotones monoenergéticos, incidente sobre una lámina de material de espesor x. El fotón puede producir cualquiera de los tres efectos citados, o varios a la vez. Los fotones que atraviesan la lámina son los que no han interaccionado, y el haz emergente es más débil.

La ley de atenuación es de forma exponencial,

$$I = I_o e^{-\mu x},$$

donde μ es el coeficiente de atenuación total para un medio a una energía deter-

minada, que vale

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_p,$$

siendo los tres sumandos las probabilidades para el efecto fotoeléctrico, Compton y creación de pares, respectivamente. Se mide en cm^{-1}.

Con frecuencia el espesor se mide en $\mathrm{g/cm}^2$ de absorbente. Se habla entonces del coeficiente de absorción másico definido como μ/ρ y medido en cm^2/g.

En la figura (4.1) se puede ver la atenuación para distintos haces de partículas alfas, betas y radiación gamma (partiendo de la misma intensidad inicial). Para las alfas aparece el alcance medio (R_α), para las betas el alcance extrapolado (R_β) y para las gamas un "alcance" medio (R_γ, el concepto de alcance como tal no es aplicable a la radiación electromagnética).

Esta propiedad se utiliza con frecuencia en el deiseño de blindajes y en problemas de dosimetría.

1.3. Detectores

Existen una serie de procedimientos y aparatos que sirven para detectar, medir y analizar las radiaciones producidas en procesos radiactivos y nucleares.

Para ello se aprovechan diversos efectos que produce la radiación al atravesar la materia.

Los principales efectos son

- Ionización (tanto en gases como en semiconductores)
- Excitación de luminiscencia
- Disociación de la materia (placas fotográficas)

Dentro de los detectores se suele distinguir entre meros contadores de partículas o fotones que alcanzan el dispositivo, y espectrómetros que son capaces de medir la energía de la radiación incidente.

Para la protección radiológica, es más importante conocer la dosis, o cantidad de energía depositada por la radiación en el organismo, que el tipo de radiación recibida. Los que realizan esta función se llaman dosímetros.

El funcionamiento básico según el efecto producido será:

Ionización

Cuando una radiación nuclear atraviesa un gas o un material semiconductor provoca la ionización de parte de sus átomos, y por consiguiente, la liberación de iones positivos y electrones. Por lo que el material que se comportaba como un aislante eléctrico pasa a ser parcialmente conductor. Midiendo la corriente eléctrica que por él circula puede deducirse la intensidad de la radiación que lo atraviesa, actuando así como dosímetro. Si lo que tenemos a la salida del detector es un impulso de corriente (obtenido con la electrónica apropiada) se podrán contar, trabajando en régimen de contador. En muchos casos este impulso es proporcional a la energía depositada, por lo que se trataría de un espectrómetro. Este es el proceso más frecuente utilizado en los detectores.

Excitación de luminiscencia

En algunos sólidos (sustancias luminiscentes) al paso de la radiación ionizante se produce la excitación de parte de sus átomos, que al desexcitarse emiten fotones luminosos, estos son recogidos por un fotomultiplicador que a la salida entrega un impulso de corriente. Mediante una electrónica apropiada este impulso proporciona información sobre la energía de la radiación ionizante, por lo que se puede hacer espectroscopía.

Disociación

En algunos casos el fenómeno producido es la disociación de algunas moléculas (por ejemplo sales de plata). Midiendo el ennegrecimiento producido en las placas fotográficas por la disociación, se puede deducir la dosis de radiación que ha alcanzado a la película fotográfica. Se utiliza en dosimetría.

Para detectar neutrones (partículas sin carga) se utilizan detectores similares a los anteriores pero con algún material añadido que reaccione con ellos (por ejemplo B o Cd).

Las características intrínsecas de los detectores son

Eficiencia - Relación entre las partículas registradas y las que llegan al detector.

$$\epsilon = \frac{n}{N}.$$

Tiempo de resolución o tiempo muerto - Tiempo durante el cual el detector no es capaz de contar, después de haber llegado una partícula.

Resolución - Es la anchura a semialtura de una linea con relación a la energía.

$$R = \frac{FWHM}{E_o}.$$

Linealidad - La relación entre la energía disipada por un suceso ionizante E y el tamaño del impulso de tensión correspondiente V.

$$E = aV + b.$$

Las dos últimas características se refieren únicamente a los espectrómetros.

Estadística aplicada a medidas nucleares

Cuando se realizan una serie de medidas experimentales el resultado se presenta como la media aritmética de las medidas más/menos la desviación típica o estándar,

$$m \pm \sigma.$$

El valor de la desviación típica se calcula

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m)^2}{n-1}},$$

donde x_i serán cada una de las medidas y n el número de medidas efectuadas. Se ha probado experimentalmente, que para la desintegración radiactiva, el proceso sigue una **Distribución de Poisson**, cuya función de densidad de probabilidad es:

$$P(s) = \frac{\mu^s \times e^{-\mu}}{s!},$$

siendo $P(s)$ la probabilidad de que ocurran s desintegraciones en el intervalo $(0,t)$. La distribución de Poisson es discreta y en ella la media aritmética coincide con el parámetro de la distribución y su raíz cuadrada es la desviación típica o estándar

$$m = \mu \qquad \text{y} \qquad \sigma = \sqrt{\mu}.$$

Cuando $\mu \geqslant 30$ se puede aproximar la distribución de Poisson por la distribución normal o de **Gauss**, que es continua y simétrica (centrada en la media).

$$P(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times e^{-\frac{(\mu-s)^2}{2\sigma^2}}.$$

Cuando se trata de medidas indirectas, función de una serie de medidas directas cada una de ellas con su correspondiente desviación típica, la desviación típica del resultado final será

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \sigma_{x_i} \right)^2},$$

donde $f = f(x_1, ..., x_n)$ es la función que nos da la medida y cada σ_{x_i} son las desviaciones típicas de cada una de las medidas directas.

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Partículas cargadas

1. Encontramos que en una emulsión fotográfica, el alcance de cierta partícula alfa es de 400 μm. ¿Qué alcance se obtendrá

   a) para un núcleo de He^3

   b) para un núcleo de H^3, cada uno de los cuales se mueve con la misma velocidad inicial que la citada partícula α?

Solución

Si la velocidad es la misma, $f(v)$ no varía, y el alcance es función solamente de

$$R \propto \frac{M}{z^2} \Rightarrow \frac{A}{z^2} K = R,$$

$$R_\alpha = 400\,\mu\text{m} = \frac{4}{4} K = K.$$

a) $He_2^3 \Rightarrow R_{He^3} = \frac{3}{4} R_\alpha = \boxed{300\ \mu\text{m}}$

b) $H_1^3 \Rightarrow R_{H^3} = 3R_\alpha = \boxed{1{,}2\ \ \text{mm}}$

2. *a*) Calcular la pérdida específica de energía por radiación de un electrón con 2 MeV en aluminio.

   b) ¿En qué factor la pérdida específica por radiación en plomo excede la del aluminio?

Solución

a) Aplicando la ec.(4.1), y teniendo en cuenta los datos siguientes, $r_e = 2,82 \times 10^{-13}$ cm; $\rho_{Al} = 2,75$ g/cm^3; $A = 27$ y $Z = 13$, se obtiene:

$$n_{Al} = \frac{2,75 \times 6,023 \times 10^{23}}{27} = 6,13 \times 10^{22} \text{ nucl/cm}^3,$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Al} = \frac{4(2,82 \times 10^{-13})^2}{137} \times 6,13 \times 10^{22} \times 2 \times 169 \times \ln\left(\frac{183}{2,35}\right),$$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Al} = \boxed{0{,}2 \text{ MeV/cm}}$$

b) Igualmente en el caso del plomo,

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Pb} = 3,82 \text{ MeV/cm}.$$

La relación entre ellos,

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Pb} / \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Al} = \boxed{19}$$

La pérdida en el plomo es 19 veces mayor que la del aluminio.

↭

3. *a*) Calcular las energías cinéticas umbral de un electrón y un protón a la que tienen lugar la radiación de Cerenkov en un medio con índice de refracción $n = 1{,}60$.

b) ¿Qué partículas tienen una energía cinética umbral igual a 29,6 MeV?

Solución

a) $\cos\theta = 1/n\beta$; en el umbral: $\cos\theta = 1$; entonces $\beta = 1/n = 0,625$; y $\beta^2 = 0,39$

$$T_e = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right] =$$

$$= 0,511\left(\frac{1}{\sqrt{1-0,39}} - 1\right) = \boxed{0{,}143 \text{ MeV (electrón)}}$$

Igualmente

$$T_p = 938,23\left[\frac{1}{\sqrt{1-0,39}} - 1\right] = \boxed{263 \text{ MeV (protón)}}$$

b)

$$mc^2 = \frac{T}{(1/\sqrt{1-\beta^2}) - 1} = \frac{29,6}{0,28} = \boxed{105{,}7 \text{ MeV}}$$

Por lo que se trata de muones.

↭

4. El parámetro de impacto para la dispersión de Rutherford por una partícula fija de carga Ze está dado por

$$b = \frac{z\,Z\,e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{Mv^2}\cot\frac{\theta}{2}.$$

Calcular el número cuántico de momento angular l de un protón de 1 MeV respecto al centro de dispersión. $Z = 90$, y $\theta = 90^o$.

Solución

Como $\mathbf{L} = \mathbf{R} \times \mathbf{p}$, $\quad |L|^2 = l(l+1)\hbar^2$,

poniendo p en términos del número de onda $k : p = \hbar k$; $\sqrt{l(l+1)} \leqslant kR$, lo que pone un límite al valor de l : $\quad l_{\text{máx}} = k\,R$, $\;$ y como $\; R \approx b$, $\; l_{\text{máx}} = k\,b$,

$$k = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2 \times 938}}{6,58 \times 10^{-22}} = 2,12 \times 10^{14} \text{ m}^{-1},$$

$$b = \frac{90(1,6 \times 10^{-19})^2 \times 9 \times 10^9}{2 \times 1,6 \times 10^{-13}} = 6,48 \times 10^{-14} \text{ m},$$

en donde se han utilizado las unidades

$$\hbar = 1,054 \times 10^{-34}\text{J.s} = 6,58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s},$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2.$$

Finalmente, resulta

$$l = 6,48 \times 10^{-14} \times 2,12 \times 10^{14} = 13,7.$$

El número cuántico de momento angular es $\boxed{l = 14}$

2.2. Radiación electromagnética

1. Cuando pasa a través de una lámina de plata de 2 mm de espesor un haz estrecho de rayos gamma de 0,15 MeV de energía, el haz se atenúa un factor cuatro.

   a) Calcular la sección eficaz de interacción de esos fotones en la plata.

   b) Calcular el coeficiente de absorción másico.

   c) ρ = 10,5 g/cm^3, $M(Ag) = 107$ u.a.m.

Solución

a)

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad I_o = 4I \text{ luego: } 1/4 = e^{-\mu x},$$

$$-\mu x = \ln(1/4) = -1,386; \quad \mu = \frac{1,386}{0,2} = 6,93 \text{ cm}^{-1},$$

$$\mu = \sigma N \rightarrow \sigma = \mu/N;$$

$$N = \frac{10,5 \times 6,023 \times 10^{23}}{107} = 5,91 \times 10^{22} \text{ nucl/cm}^3,$$

y por lo tanto

$$\sigma = 1,17 \times 10^{-22} \text{ cm}^2 = \boxed{117 \text{ b}}$$

b) El coeficiente de absorción másico

$$\mu' = \frac{\mu}{\rho} = \frac{6,93}{10,5} = \boxed{0,66 \text{ cm}^2/\text{g}}$$

↭

2. Considerar una dispersión Compton de rayos X cuya longitud de onda es de 0,03 nm. Calcular:

   a) La longitud de onda de la radiación difundida a 45^o.

   b) ¿Qué velocidad tiene el electrón de retroceso?

Solución

a) De la ec.(4.3), se obtiene que

$$E'/E = \frac{mc^2}{E(1 - \cos\theta) + mc^2},$$

siendo $E = 2\pi c\hbar/\lambda$, resulta

$$\lambda' = \lambda + \frac{2\pi c\hbar}{mc^2}(1 - \cos\theta),$$

$$\lambda' - \lambda = 7,04 \times 10^{-11} \text{ cm};$$

$$\lambda' = 3,07 \times 10^{-9} \text{ cm} = \boxed{0,0307 \text{ nm}}$$

b) La energía del electrón de retroceso, será

$$T_e = T - T' = \hbar(\omega - \omega') = 2\pi c\hbar(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}) = 9,4 \times 10^{-4}\text{MeV}.$$

Teniendo en cuenta la pequeña energía del electrón de retroceso, no es necesario hacer el cálculo relativista

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,4 \times 10^{-4}\text{MeV}}{0,511\ \text{MeV}/c^2}} = 0,061c,$$

De donde finalmente, la velocidad del electrón de retroceso vale

$$v = 0,61\,c = \boxed{1{,}83{\times}10^7\ \text{m/s}}$$

3. Estamos realizando un estudio experimental de una radiación gamma compleja, constituida por dos radiaciones de energías bien definidas (monocromáticas) E_1 y E_2 , habiéndose llevado a cabo las siguientes observaciones: 1) cuando no se interpone absorbente alguno al paso de este haz, las intensidades de ambas radiaciones son idénticas. 2) Si el haz atraviesa una lámina absorbente de aluminio, de 60 cm de espesor, la intensidad de la radiación menos penetrante (I_2) es un 10 % la correspondiente a la otra radiación (I_1). 3) Al interponer otros 5 cm de absorbente se reduce la intensidad total de la radiación a la mitad de su valor anterior. A partir de todos estos datos, determinar los coeficientes de atenuación lineal y másico del aluminio.

Solución

$$x = 60\ \text{cm} \left\{ \begin{array}{c} I_1 = I_o e^{-60\mu_1} \\ \\ I_2 = I_o e^{-60\mu_2} = 0,1 I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1/I_2 = 10 = e^{60(\mu_2 - \mu_1)},$$

de donde se obtiene $(\mu_2 - \mu_1) = 0,0384\ \text{cm}^{-1}$ (1)

$$x = 5\ \text{cm}\ \text{más} \left\{ \begin{array}{l} I_1' = I_1 e^{-5\mu_1} \\ \\ I_2' = I_2\, e^{-5\mu_2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 = I_1 + 0,1I_1 = 1,1I_1, \text{ antes de atravesar 5 cm.} \\ I' = I_1' + I_2' = 0,5I = \frac{1,1}{2} I_1, \text{ después de atravesar los 5 cm.} \end{cases}$$

$$I' = \frac{1,1}{2} I_1 = I_1 e^{-5\mu_1} + I_2\, e^{-5\mu_2} = I_1 e^{-5\mu_1} + 0,1 I_1 e^{-5\mu_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1,1}{2} = e^{-5\mu_1} + 0,1\, e^{-5\mu_2},$$

se llega a

$$1,82\, e^{-5\mu_1} + 0,182\, e^{-5\mu_2} = 1, \qquad (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) se obtiene $\begin{cases} \mu_1 = 0,136 \text{ cm}^{-1} \\ \mu_2 = 0,174 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$

El coeficiente de atenuación másico será: $\mu' = \mu/\rho \Rightarrow \begin{cases} \mu_1' = 0,0504 \text{ cm}^2/\text{g} \\ \mu_2' = 0,0644 \text{ cm}^2/\text{g} \end{cases}$

2.3. Detectores

1. Determinar la constante de calibración, K, de cierto contador de neutrones de dimensiones reducidas, en donde se han efectuado las siguientes medidas:

r(cm)	C(c/min)
5	4348
10	1006
15	272
20	98
25	33
30	12

Siendo r la distancia media entre el contador y la fuente de Pu-Be, que emite 1,6 $\times$ 10^6 neutrones/s.

La Σ_a del agua es 0,017 cm^{-1} para neutrones térmicos.

Solución

El flujo neutrónico Φ medido en el contador es $\Phi = K\,C$.
La intensidad Q de neutrones será de la forma

$$Q = \int \Sigma_a \Phi(r) 4\pi r^2 dr.$$

Si se mide el flujo Φ a distintas distancias r_i, se tiene $\Phi(r_i) = C(r_i)K$ donde

$$Q = 4\pi\Sigma_a K \sum_{i=1}^{6} C(r_i) r_i^2 \Delta r,$$

despejando

$$K = \frac{Q}{4\pi\Sigma_a \sum C(r_i) r_i^2 \Delta r}.$$

Sustituyendo por los valores medidos en el contador,

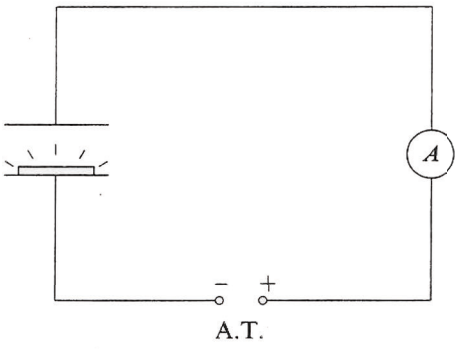
$$\sum C(r_i) r_i^2 \Delta r = 5 \left(\begin{array}{c} 4348 \times 25 + 1006 \times 100 + 272 \times 225 + \\ 98 \times 400 + 33 \times 625 + 12 \times 900 \end{array} \right) =$$

$$= 1705625 \text{ cuentas.cm}^3/\text{m} = 28427 \text{ cuentas.cm}^3/\text{s}.$$

Luego la constante de calibración

$$K = \frac{1,6 \times 10^6}{4\pi \times 0,017 \times 28427} = \boxed{263{,}4 \text{ neutr/cm}^2}$$

2. Se coloca una fuente delgada de Po^{210} de 2 μCi entre las armaduras de un condensador como el de la figura.



El dispositivo permite colectar todos los iones producidos por cada partícula alfa. La emisión alfa es isótropa. La aparición de un par de iones introduce en el circuito una carga igual a la carga elemental. ¿Cuál es la corriente que se mide en el microamperímetro? $E_\alpha = 5,5$ MeV. Energía necesaria para producir un par ión-electrón $= 35$ eV.

Solución

La fuente emite 2 μCi $= 7{,}4\times10^4$ part/s La mitad solamente (por ser isótropa) se reparte en el gas

$$\frac{N}{2} = 3,7 \times 10^4 \text{ part/s}.$$

Cada partícula produce

$$n = \frac{5,5 \times 10^6}{35} = 157143 \text{ pares de iones}.$$

La corriente será

$$I = \frac{nqN}{2} = 3,7 \times 10^4 \times 157143 \times 1,6 \times 10^{-19},$$

$$I = 9,3 \times 10^{-10}\text{A} = \boxed{9{,}3\times10^{-4}\mu\text{A}}$$

3. El espectro de impulsos de una fuente radiactiva, de la que se sabe que emite sólo fotones de una única energía bastante alta, muestra tres picos prominentes en 7,38; 6,49 y 5,60 V. ¿Cuál es la energía del rayo γ?

Solución

El espectro tendrá un fotopico, un pico de escape y uno de doble escape. Fotopico : $\rightarrow E_\gamma$. El pico de escape será $\rightarrow E_\gamma - mc^2$. El pico de doble escape: $\rightarrow E_\gamma - 2mc^2$, siendo mc^2 la masa en reposo del electrón $= 511$ keV. Suponemos que tiene un comportamiento lineal, luego $V = a + b\,E$.

$$\begin{cases} 7,38 = a + b\,E_\gamma \\ 6,49 = a + b\,(E_\gamma - 511) \\ 5,60 = a + b\,(E_\gamma - 1022) \end{cases}$$

Haciendo operaciones

$$6,49 = 7,38 - 511\,b \rightarrow$$

$$b = \frac{7,38 - 6,49}{511} = 1,74 \times 10^{-3}\ \text{V/keV}.$$

Haciendo operaciones con otras dos ecuaciones, sale el mismo valor para la constante b, y además resulta que $a = 0$. De todo ello se deduce que

$$E_\gamma = \frac{7,38}{1,74 \times 10^{-3}} = \boxed{4{,}24\ \text{MeV}}\ \text{Energía del rayo } \gamma.$$

Como se observa, es muy alta para ser una radiación gamma.

4. En la desintegración del Y^{88}, se emiten dos fotones con energías de 0,898 MeV (92 %) y 1,836 MeV (100 %). Dibujar el espectro de rayos γ esperado cuando se coloca una fuente de Y^{88} delante de un detector de INa y de un detector de Ge.

Solución

En un espectro de fotones aparecen fotopicos, debidos a la absorción foto-eléctrica, continuos Compton y también pueden aparecer picos de escape y de doble escape así como el pico de aniquilación de positrones, cuando la energía del fotón es superior a $2m_oc^2$ (m_o es la masa en reposo del electrón, $E_\gamma > 1,022$ MeV).

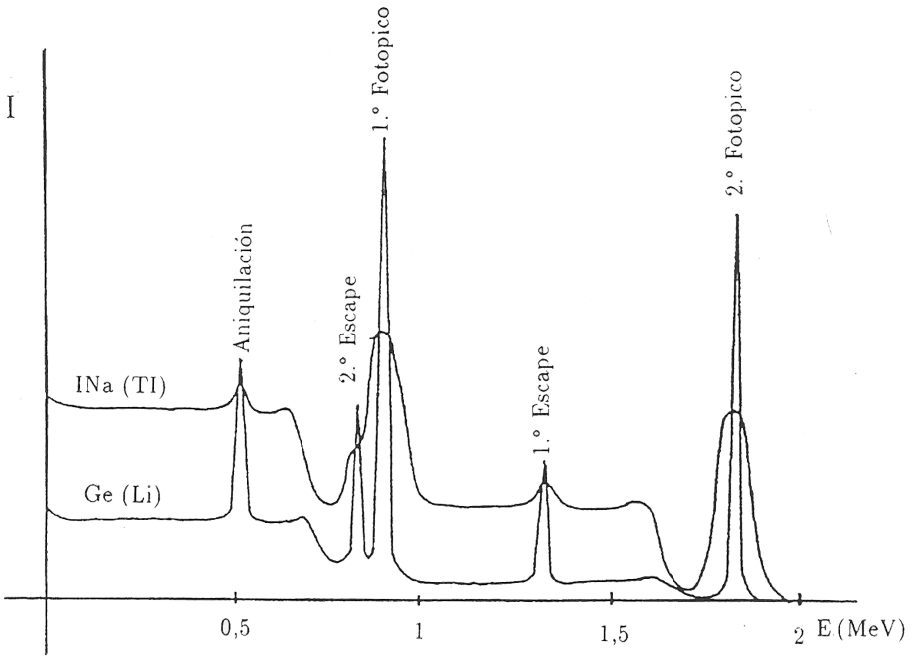
Los fotopicos se encuentran a la misma energía que la del fotón (E_γ). Los continuos Compton van desde 0 hasta un valor máximo que corresponde al de la energía cinética máxima del electrón (cuando el ángulo de dispersión del fotón en el efecto Compton es de 180^o), y que valdrá

$$E_{bc} = \frac{E_\gamma}{1 + m_oc^2/2E_\gamma}.$$

El pico de escape debe estar en $E_\gamma - m_oc^2$ y el de doble escape en $E_\gamma - 2m_oc^2$. El pico de aniquilación de positrones estará en $m_oc^2 = 0,511$ MeV.

En el caso del problema, el fotón de 0,898 MeV dará lugar a un fotopico de 0,898 MeV y a un continuo Compton que llegará hasta 0,699 MeV.

El fotón de 1,836 MeV dará lugar a: Un fotopico de 1,836 MeV, un continuo Compton, hasta 1,612 MeV, un pico de escape en 1,322 MeV, un pico de doble escape en 0,814 MeV y un pico de aniquilación en 0,511 MeV, ya que la energía del fotón es superior a 1,022 MeV Las principales diferencias entre un detector de INa y otro de Ge son la resolución (mucho mejor para el de Ge) y la eficiencia (mejor para el de INa). Como se puede apreciar en la siguiente figura los picos del Ge son más estrechos (resolución), pero el espectro de INa(Tl) tiene mayor número de cuentas (eficiencia). En los detectores de INa, el continuo Compton es importante, como se observa en la figura, el pico de aniquilación y los de escape, asoman ligeramente por encima del continuo.



2.4. Estadística

1. Un detector Geiger-Müller con tiempo de resolución $\tau = 2,0 \times 10^{-4}$ s registra $N' = 5{,}0 \times 10^4$ c/m. Determinar el número real N de partículas que cruzan el detector.

Solución

Sea N el número real de partículas emitidas por la fuente/t.

Sea N' el número de cuentas que registra el contador/$t = 5 \times 10^4$ c/m.

El contador no registra durante un tiempo $\tau N'$ cada segundo. Hay $\tau N' N$ partículas no registradas en el contador durante el tiempo t.

$N - N' = N'\tau N$ son las que no cuenta el contador.

Despejando,

$$N = \frac{N'}{1 - N'\tau}, \qquad \text{y sustituyendo}$$

$$N = \frac{5 \times 10^4}{1 - (5 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-4}/60)} = \boxed{6 \times 10^4 \text{ c/m}}$$

Es el número real de cuentas que le llega al detector.

2. Se sabe que el carbono de la madera verde da (16,10 $\pm$ 0,03) desint/m por gramo de carbono. Para determinar su edad se analizó una muestra de madera. El contador utilizado tenía una eficiencia del (5,40 $\pm$ 0,14) % y registró (9,5 $\pm$ 0,2) cuentas/m sobre 8 g de la muestra. El fondo del contador era de (5,0 $\pm$ 0,1) cuentas/m y el periodo del C^{14} es de (5.568 $\pm$ 30) años. Hallar la edad de la madera y el error que se comete en su determinación.

Solución

De los datos se sabe que:

$$C = (9,5 \pm 0,2) \text{ c/min en 8 g}$$

$$F = (5,0 \pm 0,1) \text{ c/min}$$

$$A_0 = (16,10 \pm 0,03) \text{ c/min en 1 g}$$

$$\varepsilon = (5,40 \pm 0,14) \text{ \%} = (0,0540 \pm 0,0014)$$

La eficiencia es la relación entre lo medido y le emitido

$$\varepsilon = \frac{(C - F)/8}{A(t)}$$

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

Por lo que

$$e^{-\lambda t} = \frac{(C - F)/8}{\varepsilon A_0}$$

$$t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \left(\frac{C - F}{8 \varepsilon A_0} \right) (*)$$

Sustituyendo datos

$$t = 3498 \text{ años}$$

La desviación típica es de la forma

$$\sigma = \sqrt{\sum \left((\frac{\partial t}{\partial x_i})\sigma_{x_i} \right)^2}, \qquad (**)$$

siendo σ_{x_i} los errores de las medidas.

Derivando en la expresión (*),

$$\frac{\partial t}{\partial T} = -\frac{1}{\ln 2} \ln \left(\frac{C-F}{8\rho A_o} \right) = 0,628,$$

$$\frac{\partial t}{\partial A_o} = \frac{T}{\ln 2} \frac{1}{(C-F)/8\rho A_o} \frac{(C-F)}{8\rho A_o^2} = \frac{T}{\ln 2} \frac{1}{A_o} = 499,$$

$$\frac{\partial t}{\partial \rho} = \frac{T}{\ln 2} \frac{1}{\rho} = 148758,$$

$$\frac{\partial t}{\partial C} = \frac{T}{\ln 2} \frac{1}{(C-F)} = -1785,$$

$$\frac{\partial t}{\partial F} = \frac{T}{0,693} \frac{1}{(C-F)} = 1785,$$

$$\frac{\partial t}{\partial T}\sigma_T = 18,8; \qquad \frac{\partial t}{\partial A_o}\sigma_{A_o} = 15; \qquad \frac{\partial t}{\partial \varepsilon}\sigma_\varepsilon = 208,3;$$

$$\frac{\partial t}{\partial F}\sigma_F = 178,5; \qquad \frac{\partial t}{\partial C}\sigma_C = -357.$$

Operando la ecuación (**), resulta finalmente que $\sigma = 451$ años.

$$\boxed{t = (3498 \pm 451) \text{ años}}$$

3. Dos fuentes radiactivas se colocan cerca de un detector. Alternándolas el contador registra n_1 y n_2 cuentas/s. Juntas dan como resultado n_{12} c/s. Encontrar el tiempo de resolución del contador, siendo f el ruido de fondo.

Solución

Sea N_1 el número real de c/s que emite la fuente 1, N_2 el número real que emite la 2, N_{12} lo que emiten cuando están juntas y F el fondo real. Sea τ el tiempo de resolución.

En general si N son las c/s emitidas y n las medidas, $n\tau$ será el tiempo durante el cual no ha medido nada el detector, $Nn\tau$ será el número de cuentas que no ha podido medir porque han llegado en ese tiempo, es decir

$$N - n = Nn\tau \longrightarrow N = \frac{n}{1 - n\tau}.$$

Aplicando esta relación a las medidas realizadas en el problema

$$N_1 = \frac{n_1}{1 - n_1\tau},$$

$$N_2 = \frac{n_2}{1 - n_2\tau},$$

$$N_{12} = \frac{n_{12}}{1 - n_{12}\tau},$$

$$F = \frac{f}{1 - f\tau}.$$

Sabemos también que

$$N_1 - F + N_2 - F = N_{12} - F \longrightarrow N_1 + N_2 - F = N_{12}.$$

Sustituyendo las expresiones anteriores,

$$\frac{n_{12}}{1 - n_{12}\tau} = \frac{n_1}{1 - n_1\tau} + \frac{n_2}{1 - n_2\tau} - \frac{f}{1 - f\tau}.$$

Si los denominadores son lo suficientemente pequeños,

$$\frac{n}{1 - n\tau} = n + n^2\tau,$$

y

$$n_1 + n_1^2\tau + n_2 + n_2^2\tau - \left(f + f^2\tau\right) = n_{12} + n_{12}^2\tau,$$
$$\tau\left(n_1^2 + n_2^2 - n_{12}^2 - f^2\right) = n_{12} + f - n_1 - n_2,$$

de donde

$$\tau = \frac{n_{12} + f - n_1 - n_2}{n_1^2 + n_2^2 - n_{12}^2 - f^2}$$

3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿A qué ángulo se emitirá la radiación de Cerenkov producida por un núcleo de H^3 de 5 $\times 10^3$ MeV al atravesar un medio transparente de índice de refracción $n = 1{,}5$?

2. Se considera un haz de partículas alfa de 5 MeV atravesando el aire.

   a) ¿Cuál es el poder de frenado (relativo a las alfas) de los deuterones con la misma velocidad que las alfas?

   b) ¿Cuál es la energía de los deuterones?

3. Un haz de rayos X se atenúa un factor 2,6, después de pasar a través de una placa de aluminio de 2,9 cm de espesor. ¿Cuánto vale el coeficiente de absorción másico?

4. Cuando un fotón de 1 MeV sufre una dispersión Compton, el fotón dispersado lleva el 56 % de la energía. ¿Cuál es el ángulo de dispersión que corresponde a un fotón de esa energía?

5. ¿Qué espesor de aluminio tendremos que poner si queremos atenuar un haz estrecho de rayos X, con una energía de 200 keV, lo mismo que lo atenúa una lámina de Pb de 1 mm de espesor?
   $(\mu/\rho)_{Al} = 0,122$ cm^2/g. $(\mu/\rho)_{Pb} = 0,942$ cm^2/g.

6. Las partículas α de 6,50 MeV sufren dispersión de Coulomb en una lámina de oro ($Z = 79$).

   a) ¿Cuál es el parámetro de impacto cuando la partícula dispersada se observa a 90^o?

   b) Encontrar la mínima distancia entre la partícula α y el núcleo.

   c) Encontrar las energías cinética y potencial de la partícula α a esa distancia.

7. Una fuente puntual de partículas α de 20 μCi se coloca en contacto con una cara de una gran cámara de ionización. La fuente emite partículas alfa de una única energía, 5,30 MeV.¿Cuál es la corriente producida a la salida de la cámara, si las partículas α que entran en ella pierden toda su energía? (Suponer un 100 % de eficiencia en la colección de cargas).

8. Calcular el valor del campo eléctrico en la superficie del filamento de un contador proporcional. El radio del filamento es de 1/10 mm y el del cilindro es 0,01 m. Entre ambos se aplica una d.d.p. de 1500 V.

9. ¿Qué fracción de partículas cruzando un contador con tiempo de resolución $\tau = 10^{-6}$s, se perderán durante el contaje de 100 c/s y 10^5 c/s?

10. Cuando se detecta una desintegración ¿qué probabilidad $P(t)$ hay de que la siguiente desintegración detectada se realice después de transcurrido un tiempo t ?

11. Se ha medido la actividad de una fuente en 5 periodos de 30 seg, y ha dado los siguientes resultados: 1345; 1382; 1336; 1357; 1362. También se ha medido el fondo del mismo modo, dando: 5; 6; 7; 4; 7. Calcular el número de cuentas/s netas que son detectadas debidas a la fuente.

Tema 5

PROTECCIÓN RADIOLÓGICA

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Las unidades de radiactividad y dosis aparecen en la tabla (5.2), pero se van a dar aquí las definiciones más importantes de cada una de las magnitudes tratadas.

1.1. Magnitudes más importantes

Exposición X.

Se define como el cociente $X = dq/dm$, siendo q la carga total de los iones producidos en el aire por los fotones o rayos X absorbidos en la unidad de masa m. Antiguamente se utilizaba como unidad el roentgen (R) que corresponde a la exposición producida por un haz de radiación γ y que al ser absorbido en 1 cm^3 de aire seco, produce por ionización la liberación de una unidad electrostática de carga. Como $e = 4,8 \times 10^{-10}$ u.e.s., para obtener una carga de 1 u.e.s. se necesitan $1/(4,8 \times 10^{-10}) = 2,08 \times 10^9$ pares iónicos. O sea, que la absorción de 1 roentgen en 0,001293 g de aire (densidad del aire), da lugar a la formación de 2,08 $\times 10^9$ pares iónicos. La energía necesaria para producir un par en aire es de 34 eV, por lo tanto se necesita una energía de

$$34 \times 2,08 \times 10^9 = 7,07 \times 10^{10} \text{ eV} = 7,07 \times 10^4 \text{ MeV} = 0,133 \text{ erg.}$$

La energía absorbida por gramo de aire y por roentgen será,

$$\frac{0,113}{0,00129} = 88 \text{ erg.}$$

De este razonamiento se deduce que la exposición de 1 R equivaldría a la absorción de 88 erg/g, en el aire. La unidad de exposición en el sistema internacional (S.I.), es el C/kg, 1 C/kg = 3879 R. Esta magnitud de exposición se refiere solamente a la absorción en aire y producida por fotones.

Dosis absorbida D.

Se define como la cantidad de energía dE absorbida por unidad de masa del material, $D = dE/dm$. Es una magnitud dosimétrica de gran interés porque es válida para cualquier tipo de radiación. La unidad utilizada antiguamente era el rad. Se definiría como la cantidad de radiación que conduce a la absorción de 100 erg de energía por gramo de material irradiado. 1 rad= 100 erg/g. La unidad de dosis absorbida en el S.I. es el gray (Gy), 1 Gy = 1 J/kg = 100 rad.

Dosis equivalente H.

El daño biológico producido en un tejido orgánico no depende sólo de la dosis absorbida, sino que existen otros factores (energía y tipo de radiación, efecto biológico, etc.) que determinan la peligrosidad de la radiación absorbida.

Se define la dosis equivalente como $H = Q\ D$ donde Q representa el daño biológico producido por una radiación determinada para una misma dosis absorbida. El valor de Q está determinado según la transferencia de energía de las radiaciones ionizantes en el organismo, y los valores recomendados están expresados en la tabla (5.1)[1].

La unidad antigua de dosis equivalente era el rem, y en el S.I. es el sievert (Sy). De modo que como Q es un factor sin dimensiones, 1 Sy = 100 rem.

Relación entre exposición y actividad.

Aplicando el cambio de unidades y teniendo en cuenta el coeficiente de absorción en aire, se llega a la expresión que relaciona la tasa de exposición producida por una fuente de E (MeV), y actividad A (curios) a una distancia r (cm) de la fuente, suponiendo que emite uniformemente en todas direcciones

$$\text{Tasa de exposición} = \dot{X} = 5,2 \times 10^6 \times \frac{E_\gamma\, A}{r^2}\ \text{mR/h} \tag{5.1}$$

Se entiende por tasa de exposición, $\dot{X}$, la variación de la exposición en la unidad de tiempo.

[1] Tabla extraida del Reglamento sobre Protección Sanitaria contra Radiaciones Ionizantes, Real Decreto 783/2001

Tabla 5.1. Valores de Q en función del tipo de radiación

Tipo de radiación	**Q**
Radiación X y gamma, todas las energías	1
Electrones y muones, todas las energías	1
Protones, salvo los de retroceso, $E > 2$ MeV	5
Neutrones, $E < 10$ keV	5
$E > 10$ keV a 100 keV	10
$E > 100$ keV a 2 MeV	20
$E > 2$ MeV a 20 MeV	10
$E > 20$ MeV	5
Partículas alfa, fragmentos de fisión, nucleos pesados	20

Tabla 5.2. Magnitudes radiológicas y sus unidades

Magnitud	**Unidad**		**Factor de conversión**
	S.Tradicional	**S.Internacional**	
Actividad, A	Curio (Ci)	Bequerelio (Bq) 1 Bq=1 des/s	1 Ci=3,7.10^{10} Bq
Exposición, X	Roentgen (R)	Culombio por kilogramo (C/kg)	1 R=258 μC/kg
Dosis Absorbida, D	Rad (rad)	Gray (Gy) 1 Gy=1 J/kg	1 rad=10^{-2} Gy 1 rad=100 erg/g
Dosis Equivalente, D_{eq}	Rem (rem)	Sievert (Sv) 1 Sv=1 J/kg	1 rem=10^{-2} Sv 1 rem=100 erg/g

Relación entre exposición y dosis absorbida.

La relación entre estas dos magnitudes viene dada por la expresión $D = f\,X$, donde el factor f (sin dimensiones) es una función del coeficiente de absorción másico del tejido, y depende de la energía y la composición del tejido. Los valores de f están tabulados, pero para el tejido muscular, el agua y el hueso ($E > 0,1$ MeV) entre otros, valen aproximadamente la unidad.

Finalmente para pasar de la unidad de exposición a dosis equivalente, en el caso de radiación gamma o rayos X, teniendo en cuenta que

$$D(\text{rad}) = X(\text{R}) \times f,$$

se tiene que

$$H(\text{rem}) = D(\text{rad}) \times Q = X(\text{R}) \times f \times Q.$$

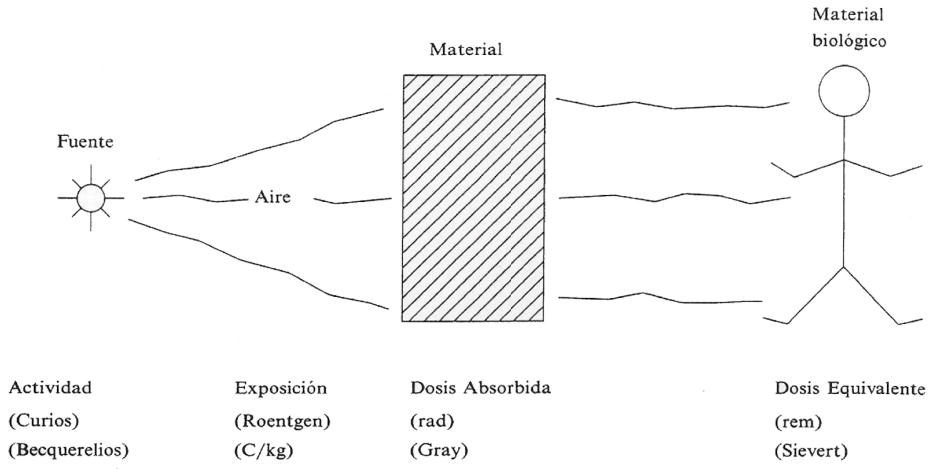


Figura 5.1. Magnitudes radiológicas considerando los distintos medios que atraviesan la radiación.

Dosis efectiva H_e.

Debido a que el daño biológico no es el mismo según se deposite la radiación en una parte o en otra del organismo, se define la dosis efectiva como la media

ponderada de la dosis equivalente recibida en distintos órganos. Se expresa como $H_e = \sum w_i\, H_i$, siendo w_i el factor de ponderación para el órgano i que representa el riesgo de irradiación del tejido respecto del total, y H_i la dosis equivalente recibida por el órgano i.

En el caso de contaminación interna, además del periodo de desintegración propio de la fuente radiactiva T, hay que tener en cuenta la eliminación natural de dicho elemento dentro del organismo. Según en donde se haya depositado, variará su periodo biológico T_b. Por lo tanto, su periodo efectivo T_e se expresará como

$$\frac{1}{T_e} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_b}, \quad \text{o también} \quad \lambda_e = \lambda + \lambda_b.$$

1.2. Blindajes

La dosis de radiación recibida por un individuo que permanezca en las proximidades de una fuente radiactiva, depende de tres factores:

- La distancia entre la fuente y el individuo.

- El tiempo de permanencia.

- El blindaje interpuesto entre ambos.

La dosis recibida disminuye de manera proporcional al cuadrado de la distancia entre la fuente y el individuo.

La dosis aumenta con el tiempo de permanencia en las proximidades, por lo que es conveniente estar el menor tiempo posible.

El blindaje biológico tiene por misión reducir convenientemente la exposición a las radiaciones ionizantes en las personas situadas en las proximidades de una fuente radiactiva.

El tipo de blindaje dependerá fundamentalmente del tipo de radiación y de su energía. Las más importantes y complejas son las referentes a la radiación gamma, rayos X y neutrones.

Emisores alfa.

En el caso de la emisión alfa, de corto alcance (del orden de centímetros en aire), es suficiente colocar una hoja de papel o aluminio, o bien alejarse un poco de la fuente. Pero es necesario tener en cuenta que va siempre acompañada de radiación γ, y de ésta sí hay que protegerse. La peligrosidad de la ingestión en el organismo de partículas alfa radica en que poseen un alto poder de ionización, produciendo mucho daño en un corto recorrido.

Emisores beta.

En la radiación beta (alcance típico del orden del metro en aire), precisa mayor blindaje que las α. Si los electrones son duros (cientos de keV), hay que tener en cuenta la radiación de frenado o bresstrahlung, que es radiación X, para protejerse contra ella. Teniendo en cuenta que la radiación de frenado aumenta con el número atómico, un blindaje de un material ligero (número atómico bajo) es lo recomendado, como por ejemplo el aluminio.

Emisores gamma.

En el caso de emisores gamma, se vio que la atenuación es exponencial, pero además es necesario tener en cuenta el *factor de acumulación*, debido a que, al atravesar un medio absorbente, se producen dispersiones Compton que separan los fotones del haz primario. El efecto final es mayor que el producido si solamente hubiera dispersión fotoeléctrica. Este factor de acumulación $B_m(\mu, r)$ depende de la energía de la radiación y del coeficiente de absorción del material para esa energía. Suelen estar tabulados para distintos elementos.

En el caso de que exista interpuesto un blindaje uniforme entre la fuente y el punto de observación y teniendo en cuenta la ec.(5.1), resulta

$$\text{Tasa de exposición} = \dot{X} = 5{,}2 \ \times 10^6 \times \frac{A\,E_\gamma}{r^2} \times e^{-\mu x}, \qquad (5.2)$$

siendo μ el coeficiente de atenuación total del blindaje (cm^{-1}), y x el espesor (cm) del mismo.

Esta expresión se utiliza cuando el factor de acumulación no se tiene en cuenta. Para cálculos más exactos o cuando el blindaje es relativamente grande, conviene

introducir el factor de acumulación que representa

$$B_m = \frac{\text{tasa de dosis observada}}{\text{tasa de dosis primaria}},$$

el valor del factor de acumulación está tabulado para distintos elementos y energías.

Para calcular la tasa de exposición producida por una fuente radiactiva, emisora de fotones, es necesario en ocasiones relacionar el flujo y la energía de la radiación con la exposición producida. Esto se hace considerando que la fuente emite en todas las direcciones, el flujo de radiación es

$$\Phi = \frac{S}{4\pi r^2},$$

en donde S representa la intensidad de la fuente en fotones por segundo (lo que sería la actividad de la fuente).

Emisión de neutrones.

En el caso de los neutrones, hay que tener en cuenta su distribución energética, que es el principal problema para obtener un blindaje adecuado.

Los neutrones rápidos ($E \approx 2$ MeV) presentan una sección eficaz de dispersión alta, con lo que pueden ser moderados hasta energías bajas (térmicos) en presencia de dispersores de número atómico bajo. Esto supone la utilización de blindajes del tipo parafina, agua, etc. El cuerpo humano, al contener una gran cantidad de hidrógeno y agua, hace que la ingestión de neutrones rápidos sea especialmente peligrosa, pues en su colisión con el hidrógeno genera protones de retroceso con una alta ionización en su recorrido.

Los neutrones térmicos ($E \approx 0{,}1$ eV) pueden ser detenidos utilizando la propiedad de captura neutrónica en la reacción con algunos elementos, con la liberación de partículas alfa, de fácil absorción, o de radiación gamma del orden de 0,5 MeV, que se atenúa con facilidad. Materiales como el boro-10, litio-6 y nitrógeno-14 son útiles para esos fines.

1.3. Límites de dosis

El principio de la limitación de dosis está basado en tres requisitos: justificación, optimización y limitación de dosis.

- La **justificación** supone que los beneficios netos que se consigan deben ser superiores al detrimento originado.
- La **optimización** se basa en el criterio ALARA (As Low As Reasonably Achievable) cuya finalidad es que deben mantenerse la exposición a las radiaciones ionizantes "tan bajas como sea razonablemente posible".
- La **limitación de dosis** pone unas cotas de recepción de dosis para las personas profesionalmente expuestas y el público en general, con objeto de que sean lo más baja posibles dentro de unos límites y para asegurar una protección adecuada a los individuos. La Comisión Internacional de Protección Radiológica señala unos límites de dosis de exposición externa y de dosis interna. Estos límites de dosis no deben sobrepasarse, y se presentan en la tabla (5.3), según la legislación española (Reglamento sobre Protección Sanitaria contra Radiaciones Ionizantes, Real Decreto 783/2001).

Tabla 5.3. Límites anuales de dosis

LÍMITES ANUALES DE DOSIS				
	TRABAJADOR PROFESIONALMENTE EXPUESTO			**PÚBLICO**
EXPOSICIÓN TOTAL Y HOMOGENEA	50 mSv (Efectiva)			1 mSv
EXPOSICIÓN PARCIAL a determinados órganos	50 mSv (Equivalente)	ÓRGANO INDIVIDUAL	500 mSv (Equivalente)	1/10 L.A.D.$_{\text{T.P.E}}$
		CRISTALINO	150 mSv (Equivalente)	

1.4. Fuentes de radiación

Fuentes naturales

La componente más importante de la dosis debida a causas naturales es la producida por inhalación de gases nobles radiactivos contenidos en el aire de recintos cerrados, generalmente de Rn proveniente de la serie radiactiva natural del U^{238}.

También hay que tener en cuenta la radiación cósmica (galáctica, solar) y la presencia en el medio ambiente de minerales radiactivos naturales (K^{40}, C^{14}, H^3).

Estas fuentes pueden ser externas o internas. Las externas serán la radiación cósmica y los materiales radiactivos naturales presentes en la corteza terrestre. La interna se deberá a la presencia en el cuerpo humano de nucleidos radiactivos que penetran por inhalación o ingestión.

La dosis debida a fuentes naturales varía de unos lugares a otros, ya que las sustancias radiactivas naturales están distribuidas en la corteza terrestre de manera no uniforme.

Fuentes artificiales

Se deben a la introducción de tecnologías que implican la utilización de radiaciones.

La aportación mayor a la dosis se debe a los usos médicos de la radiación (radiodiagnóstico, diagnósticos en medicina nuclear y terapia con radiaciones ionizantes). Esto supone en los paises industrializados $1/2$ de la dosis total debida a la radiación natural, en los no industrializados supondría $1/10$ de la dosis natural. Por ejemplo, una radiografía dental supone $\sim 0,2$ mSv y una de torax $\sim 1,5$ mSv.

Con respecto a las centrales nucleares, estas tienen que estar diseñadas para que operen de forma que no produzcan una irradiación superior a 0,05 mSv/año a un individuo que viva en las proximidades de la central.

Un resumen de las dosis de radiación aparece en la tabla (5.4).

Tabla 5.4. Dosis debidas a las distintas fuentes de radiación

Fuente de Radiación		**Dosis equivalente efectiva (mSv/año)**
NATURAL	Rayos cósmicos	0,4
	K^{40}	0,3
	Serie del U^{238}	1,34
	$\hookrightarrow$Rn en el aire	0,60
	Serie del Th^{232}	0,34
	Total	$\sim 2,4$
ARTIFICIAL	Medicina	$\frac{1}{5}$ natural
	Vuelos en avión a más de 9000 m	0,01mSv/h
	Centrales nucleares (proximidades)	0,05

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Dosimetría

1. Si en un laboratorio se destapa una fuente de 100 Ci de Cs^{137} y una persona se encuentra parada a 5 m de distancia,

   a) ¿qué tasa de exposición llegará a esa persona?

   b) Si permanece en el mismo sitio durante dos horas, ¿qué dosis recibirá? En el 85 % de los decaimientos, el Cs^{137} emite un solo γ de 0,662 MeV.

Solución

a) La actividad, $A = 100 \times 0,85 = 85$ Ci. Aplicando (5.1),

$$\dot{X} = \frac{5,2 \times 10^6 \times 85 \times 0,662}{(500)^2} = 1170\,\mathrm{mR/h}.$$

Llegará una tasa de exposición de $\boxed{1170\ \mathrm{mR/h}}$

b) Como de refiere al aire, $f = 1$; y como se trata de rayos gamma, $Q = 1$; por lo tanto $\dot{H} = 1170$ mrem/h; luego la dosis absorbida por esa persona al cabo de las dos horas, será

$$H = 1170 \times 2 = 2340\ \mathrm{mrem} = \boxed{2{,}34\ \mathrm{rem}}$$

Lo que es una dosis bastante alta.

2. Se dispone de una pequeña fuente de neutrones de Po-Be que contiene 0,17 Ci de Po^{210}. Se desea conocer el flujo de neutrones emitidos por la fuente a una distancia de 10 cm. La Q de la reacción $Be^9(\alpha, n)C^{12}$ es 0,8 $\times 10^{-4}$ MeV.

Solución

La actividad, $A = 0,17$ Ci $= 6{,}29 \times 10^9$ d/s . El flujo $\Phi = S/4\pi R^2$; luego

$$\Phi = \frac{0,8 \times 10^{-4} \times 6,29 \times 10^9}{4\,\pi\,(10)^2} = 400 \text{ neut/cm}^2\text{.s.}$$

El flujo de neutrones es de $\boxed{400 \text{ neut/cm}^2\text{.s}}$

3. Sabiendo que el C^{14} emite 15,3 partículas β/min y por gramo de carbono, y que el potasio contiene un 0,011 % de K^{40} ($T = 1{,}3 \times 10^9$ años), calcular cuántos microcurios de C^{14} y K^{40} se puede encontrar en una persona que pese 75 kg. Tener en cuenta que el cuerpo humano contiene aproximadamente un 15 % en peso de carbono y 1,2 % en peso de potasio.

Solución

Carbono. 15 % $C \to m = 0,15 \times 75 = 11,25$ kg de carbono. Cada gramo de carbono emite 15,3 β/m = 15,3/60 = 0,255 β/s de C^{14}.
La actividad

$$A_1 = 11,25 \times 10^3 \times 0,255 = 2868,7 \ \beta\text{/s} = 0{,}0775 \ \mu\text{Ci de } C^{14}.$$

Debido al C^{14} se emite 0,0775 μCi .

Potasio. 1,2 % $K \to m = 0,012 \times 75 = 0,9$ kg de potasio.

$$N_K = \frac{0,9 \times 10^3 \times 6,023 \times 10^{23}}{40} = 1,355 \times 10^{25} \text{ núcleos de potasio,}$$

que representan
$N = 1,355 \times 10^{25} \times 0,011/100 = 1,49 \times 10^{21}$ núcleos de K^{40}.

$$\lambda = \frac{0,693}{1,3 \times 10^9} = 5,33 \times 10^{-10} \text{ a}^{-1} = 1,69 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}.$$

La actividad,

$$A_2 = \lambda N = 1,69 \times 10^{-17} \times 1,49 \times 10^{21} = 25181 \text{ Bq} = 0{,}68 \ \mu\text{Ci}.$$

Debido al K^{40} se emite 0,68 μCi.

La actividad total que se puede encontrar en una persona correspondiente a esos dos radionucleidos es

$$A = 0,0775 + 0,68 = \boxed{0{,}757\ \mu\text{Ci}}$$

4. Se introduce en una persona una cierta cantidad de yodo, que se acumula en el tiroides. Se observa que se elimina cada día del tiroides 1/250 de la masa absorbida.. El periodo del I^{131} es de 8 días.

   a) Determinar el tiempo que debe transcurrir para que la cantidad de iodo en el tiroides se reduzca a la mitad.

   b) Cuál es la dosis acumulada durante los 10 primeros días después de la absorción de 0,5 μCi de I^{131} de 0,23 MeV en un tiroides de 0,025 kg.

Solución

a) ▪ Proceso biológico: λ_b = constante de desintegración biológica.

$$N = N_o(1 - \frac{1}{250}) = N_o(\frac{249}{250}) \rightarrow \frac{N}{N_o} = (\frac{249}{250}) = e^{-\lambda_b t},$$

de donde

$$-\lambda_b t = \ln(249/250) = -4 \times 10^{-3};$$

$$\lambda_b = \frac{4 \times 10^{-3}}{24 \times 3600} = 4,63 \times 10^{-8}\ \text{s}^{-1}.$$

▪ Proceso radiactivo: λ_r = constante de desintegración radiactiva.

$$\lambda_r = \frac{0,693}{8 \times 24 \times 3600} = 10^{-6}\ \text{s}^{-1}.$$

Se ve que el efecto biológico es mucho menor que el de desintegración radiactiva.

- Proceso combinado en el tiroides:

$$\lambda_e = \lambda_b + \lambda_r = 4,63 \times 10^{-8} + 10^{-6} = 1,048 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1},$$

$$N = N_o\, e^{-\lambda_e t};\ \frac{N}{N_o} = 1/2 = e^{-\lambda_e t}$$

$$t = \frac{0,693}{1,048 \times 10^{-6}} = 6,61 \times 10^5\ \mathrm{s}.$$

Al cabo de $\boxed{\text{7,65 días}}$ la cantidad de I^{131} en el tiroides se ha reducido a la mitad. Este es exactamente el periodo efectivo T_e.

b) Dosis absorbida en los diez primeros días:

$$D = \int_0^t A\frac{E}{m}\, e^{-\lambda_e t} dt = A\frac{E}{m}\,\frac{(1 - e^{-\lambda_e t})}{\lambda_e},$$

donde

$$A = 0,5\ \mu\mathrm{Ci} = 18500\ \mathrm{Bq};$$

La energía

$$E = 0,23\ \mathrm{MeV} = 0,23 \times 1,6 \times 10^{-6}\ \mathrm{erg} = 3,68 \times 10^{-7}\ \mathrm{erg},$$

$$\lambda_e t = 1,048 \times 10^{-6} \times 10 \times 24 \times 3600 = 0,905;$$

de donde $e^{-\lambda_e t} = 0,404$.

$$\mathrm{Dosis} = \frac{18500 \times 3,68 \times 10^{-7} \times 0,595}{25 \times 1,048 \times 10^{-6}} = 154,6\ \mathrm{erg/g},$$

que pasándolo a rads, resulta que la dosis que se acumula en el tiroides es de

$\boxed{\text{1,54 rads}}$ lo que equivale a 15,4 mSv.

Es una cantidad bastante peligrosa.

5. Un trabajador está 20 horas por semana en las proximidades de un reactor nuclear, donde los flujos medios por cm^2 y por segundo son de 350 fotones de 2 MeV y 120 neutrones térmicos. Estimar la dosis total recibida.

Solución

Sabemos que

$$\Phi(\text{part/cm}^2\text{.s}) = \frac{A}{r^2}, \quad (\sharp)$$

siendo A el número de fotones o de neutrones por segundo.

De la ec.(5.1) y sustituyendo ($\sharp$)

$$\dot{X} = 5,2 \times 10^6 \times \Phi \times E(\text{mR/h}),$$

Además teniendo en cuenta que para la radiación gamma, $f = 1$, y $Q = 1$, se puede pasar simplemente de la unidad (R) de exposición a (rem), unidad de dosis equivalente. En cuanto a los neutrones, $f = 1$, pero $Q = 5$. La energía de los neutrones térmicos es

$$E_{\text{n}} = 0,025 \text{ eV} = 2,5 \times 10^{-8}\text{MeV}.$$

Se tiene que dividir el resultado entre $3{,}7\times10^{10}$ ya que en la expresión (5.1) la actividad, A, aparece en Ci y los datos que se tienen son gammas/s y neutrones/s (Bq).

$$\text{Dosis } = \frac{5,2 \times 10^6}{3,7 \times 10^{10}} \sum_{1}^{i=2} \Phi_i \, E_i =$$

$$= \frac{5,6 \times 10^6}{3,7 \times 10^{10}} \left[350 \times 2 + 120 \times 5 \times 2,5 \times 10^{-8}\right] =$$

$$= 0,10 \text{ mrem/h}.$$

Como trabaja 20 horas por semana, al cabo de una semana habrá recibido una dosis total de

$$\boxed{\text{2,11 mrem.}}$$

En este problema se ha supuesto que el flujo de neutrones térmicos tiene ya en cuenta la absorción en el aire para esa energía. Si no fuera así, habría que considerar su influencia.

2.2. Cálculo de blindajes

1. Se desea guardar 0,9 Ci de un radioisótopo emisor gamma en un recipiente esférico de hierro. ¿De qué espesor debe ser la pared del recipiente para que la dosis recibida a un metro sea de 3 mR/h? La energía del emisor es de 840 keV en el 75 %. $\mu = 0,46$ cm^{-1}.

   Solución

   Suponemos que no es necesario tener en cuenta la acumulación, y se aplica la ec.(5.2)

   $$\text{Dosis} = 5{,}2 \ \times 10^6 \times \frac{0,9 \times 0,84 \times 0,75}{(100)^2} e^{-\mu x} = 3 \text{ mR/h},$$

   de donde

   $$e^{-\mu x} = \frac{(100)^2 \times 3}{5,2 \times 10^6 \times 0,9 \times 0,84 \times 0,75} = 0,01,$$
   $$\mu x = 4,58 \rightarrow x = 9,97 \text{ cm}.$$

   La pared del recipiente debe de ser $\simeq 10$ cm.

   ↭

2. Se desea transportar a otro lugar una fuente de P^{32}, emisor beta puro, por lo que se recubre de aluminio ($\rho = 2,7$ g/cm^3). El P^{32} emite un beta de 1,71 MeV de energía máxima.

   a) Qué alcance tiene dicha fuente en el aluminio?

   b) ¿Qué blindaje es necesario poner?

   c) ¿Es suficiente con ese blindaje?

Solución

a) El alcance de un emisor β se puede tomar de la fórmula de Feather,

$$R_\beta = 0,542T - 0,133, \quad \text{para} \;\; 0,8 < T < 3 \text{ MeV},$$

luego

$$R_\beta = 0,542 \times 1,71 - 0,133 = 0,793 \text{ g/cm}^2.$$

El emisor beta tiene un alcance másico de $\boxed{\approx 0,8 \text{ g/cm}^2}$

b) Como $R_\beta = x\,\rho$

$$x = R_\beta/\rho = 0,793/2,7 = 0,293 \text{ cm}.$$

El alcance lineal de esa fuente en aluminio es de 0,293 cm, luego es suficiente poner un lámina de $\boxed{3 \text{ mm}.}$

c) Al ser el P^{32} un emisor beta duro, implica la producción de una fracción de radiación de frenado. Veamos si esa fracción es importante. De la ec.(ref:frenrel, del capítulo 3), se tiene

$$\frac{(dE/dx)_{ion}}{(dE/dx)_{rad}} = \frac{800}{Z\,T} = \frac{800}{13 \times 1,71} = 35,98.$$

La radiación de frenado es cerca del 3 % de la de ionización, por lo tanto conviene poner después de la lámina de aluminio una capa de plomo (de aproximadamente 1 mm) para detener la posible radiación de frenado que se produzca.

3. Un haz fino de rayos γ de 2 MeV y con intensidad de 10^6 $\gamma/$ cm^2.s incide sobre un blindaje de plomo ($\rho = 11,3$ g/cm^3) de 10 cm de espesor. En el lado opuesto del blindaje, calcular:

   a) El flujo obtenido.

   b) La tasa de exposición.

   c) Datos: $(\mu/\rho)_{aire} = 0,0238$ cm^2/g; $\quad (\mu/\rho)_{Pb} = 0,0457$ cm^2/g

Solución

a) El flujo a la salida del blindaje es

$$\Phi = \Phi_o\, e^{-\mu x},$$

$$\mu = (\mu/\rho)_{Pb} \times \rho = 0,0457 \times 11,3 = 0,516 \text{ cm}^{-1},$$

este sería el coeficiente de absorción lineal del plomo. Luego $\mu\, x = 0,516 \times 10 = 5,16$

$$\Phi = 10^6 \times e^{-5,16} = 5,74 \times 10^3\, \gamma/\text{cm}^2.\text{s}.$$

El flujo a la salida del blindaje se ha reducido a

$$\boxed{5{,}74 \times 10^3\, \gamma/\text{cm}^2.\text{s}}$$

b) La energía disipada en el aire es

$$E_d = \Phi\, E_o (\mu/\rho)_a,$$

siendo E_o la energía incidente. Teniendo en cuenta que

$$1R = 88 \text{ erg/g} = 5,47 \times 10^7 \text{ MeV/g},$$

y haciendo el cambio de unidades, resulta

$$\dot{X} = \frac{1}{5,47 \times 10^7} \Phi\, E_o (\mu/\rho)_a \text{ MeV/g.s} = 1{,}83 \times 10^{-8} \Phi\, E_o (\mu/\rho)_a \text{ R/s}$$

también puede ponerse

$$\dot{X} = 0,0659 \Phi\, E_o (\mu/\rho)_a \text{ mR/h},$$

sustituyendo valores,

$$\dot{X} = 0,0659 \times 5,74 \times 10^3 \times 2 \times 0,0238 = 18 \text{ mR/h}$$

La tasa de exposición a la salida del blindaje, será de

$$\boxed{18 \text{ mR/h}}$$

4. Se desea construir un blindaje biológico de plomo para transportar una fuente de Cs^{137}de 100 Ci de actividad. El cesio emite un gamma de 0,662 MeV en el 84 % de sus decaimientos, y tiene un periodo de $T = 30$ años.

   a) Se presenta en la forma química de $ClCs$, cuyo peso molecular es $p_m = 172,5$ y $\rho = 1,8$ g/cm^3.¿Puede considerarse la fuente puntual?

   b) Determinar la tasa de exposición que debe haber al otro lado del blindaje, sabiendo que para tener una buena seguridad, la dosis equivalente no debe sobrepasar de 5 mSv/a. Se supone una ocupación anual laboral de 960 horas.

   c) ¿Qué espesor de blindaje es necesario poner?

   d) Datos: $\mu_{Pb} = 1,28$ cm^{-1}; $B_m(\mu r) = 3,4$; $(\mu/\rho)_a = 0,029$ cm^2/g

Solución

a) La actividad $A = \lambda N$, de manera que

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{3,7 \times 10^{12} \times 30 \times 365 \times 86400}{0,693} = 5 \times 10^{21} \text{ núcleos.}$$

La masa del $ClCs$ será

$$m = \frac{N}{N_A} p_m = \frac{5 \times 10^{21} \times 172,5}{6,023 \times 10^{23}} = 1,43 \text{ g.}$$

Suponiendo la muestra esférica

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{m}{\rho}; \quad r^3 = \frac{3\,m}{4\pi\ \rho},$$

$$r = \left[\frac{3 \times 1,43}{4\pi \times 1,8}\right]^{1/3} = 0,57 \text{ cm.}$$

Se puede considerar puntual siempre que la distancia de observación sea mayor que 10 veces su diámetro, es decir, 11,4 cm.

b) Si

$$\dot{H} = 5 \text{ mSv/a} = 0,5 \text{ rad/a} = 0,5 \text{ R/a},$$

pues como se trata de radiación γ, $f = 1$. Como trabaja 960 h/año, esto supone una tasa de exposición de

$$\dot{X} = \frac{0,5}{960} = 5,2 \times 10^{-4} \text{ R/h} = \boxed{0{,}52 \text{ mR/h}}$$

Esta es la tasa de exposición que debe haber en la superficie del blindaje para no sobrepasar la tasa de dosis establecida.

c) Semejante al razonamiento que se hizo en el problema anterior, ahora la expresión de la tasa de exposición toma la forma

$$\dot{X} = 0,0659 E_o \Phi (\mu/\rho)_a e^{-\mu x} B_m,$$

donde ahora se ha incluido el factor de acumulación, y el flujo hay que determinarlo

$$\Phi = \frac{A}{4\pi r^2} = \frac{3,1 \times 10^{12}}{4\pi r^2} = \frac{2,47 \times 10^{11}}{r^2} \ \gamma/\text{cm}^2.\text{s};$$

donde $A = 3,7 \times 10^{12} \times 0,84 = 3,1 \times 10^{12} \, \gamma/\text{s}$.

$$\dot{X} = 0,0659 \times 0,662 \times \frac{2,47 \times 10^{11}}{r^2} \times 0,029 \times e^{-\mu r} \times 3,4;$$

$$0,52 = 1,062 \times 10^9 \times \frac{e^{-\mu r}}{r^2}, \quad \text{luego } \frac{e^{-\mu r}}{r^2} = 4,89 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-2}.$$

Esta es una ecuación recurrente, en donde se van dando valores a r por el método de iteración hasta llegar al valor más aproximado de 4,89 $\times 10^{-10}$. Haciendo $r = 12,8$ cm, se llega a $e^{-\mu r}/r^2 = 4,67 \times 10^{-10}$ cm^{-2}, valor bastante aproximado al que nos piden. Por lo tanto podemos decir que el espesor de blindaje necesario para que la dosis a la salida del blindaje no pase del valor indicado, es de

$$\boxed{12{,}8 \text{ cm}}$$

Se puede ahora terminar de contestar la pregunta (a) observando que la distancia es mayor que 10 veces el diámetro de la muestra, por lo tanto se puede considerar puntual.

3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. El Am^{243} se desintegra con periodo de 7.642 años emitiendo partículas alfa de 5,25 MeV. Suponga que tras un accidente fortuito se detecta en los pulmones de una persona 1 μg del americio emitido. ¿Cuál será la dosis absorbida en el pulmón (Sv/año)? Masa del pulmón = 600 g.

2. El tejido humano tiene un 3 % en peso de nitrógeno (N^{14}) y densidad igual a 2 g/cm^3. ¿Cuál será el flujo de neutrones térmicos necesario para producir una dosis de 20 μSv/h a partir de la reacción (n,p) en el nitrógeno? El protón producido tiene una energía de 0,62 MeV, que deposita en el lugar de la reacción. $\sigma_a = 1,82$ b.

3. Un trabajador se encuentra en las cercanías de un reactor nuclear trabajando 35 horas a la semana, recibiendo un flujo de 400 fotones/cm^2.s. Los fotones poseen una energía de 1,5 MeV. Estimar la dosis recibida en un mes. ¿Es peligrosa para la salud?

4. ¿Cuántas partículas alfas de 5 MeV absorbidas por g de tejido biológico corresponde a la dosis equivalente de 50 rem?

5. A un individuo se le inyecta P^{32} que emite 10^3 des/min para un estudio. El P^{32} tiene un periodo de 14,3 días. Además se elimina biológicamente a una velocidad de 1,5 % al día.

   a) ¿Cuál es el periodo efectivo y la constante de desintegración efectiva?

   b) ¿Cuántas desintegraciones habrán ocurrido al cabo de 30 días?

   c) Si en cada desintegración el fósforo emite un β de 1,71 MeV, ¿qué dosis habrá absorbido en el esqueleto (m = 17 kg) al cabo de los 30 días?

6. En la sangre de un enfermo se inyecta una pequeña cantidad de una solución conteniendo Na^{24} de actividad $A = 2\times10^3\,\gamma$/s. La actividad de 1 cm^3 de muestra de sangre tomada después de tres horas fue 16 γ/ cm^3.min. Determinar el volúmen total de sangre del enfermo. T = 15 h.

7. El coeficiente de atenuación másico para fotones de 1,5 MeV en plomo es de 0,055 cm^2/g y ρ = 11,3 g/cm^3. La fuente emite 10^{12} fotones/s. ¿De qué espesor debe ser la lámina de plomo que se coloque entre la fuente y el receptor que se encuentran separados 50 cm, para reducir el flujo a 10^3 fotones/cm^2.s?

8. Determinar la tasa de dosis inicial absorbida en el cuerpo humano, de una persona que ha ingerido 10 mCi de agua tritiada. $E = 6$ keV, masa de la región irradiada = 43 kg.

9. Una fuente de gammas puntual de 100 μCi se coloca en el centro de una esfera de aluminio con un radio exterior de 10 cm. Encontrar el mínimo espesor de la pared del contenedor para la cual la dosis fuera de él no exceda 2,8 mR/h. $E_\gamma = 2$ MeV y se cuenta el 50 % de las desintegraciones. $\rho = 2{,}7$ g/cm^3, $\mu/\rho = 0,0431$ cm^2/g.

10. Una fuente radiactiva de Cs^{137} posee una actividad de 5 Ci. Se desea reducir la dosis a un metro de distancia a un 25 %.

    a) ¿Qué blindaje de plomo y de aluminio es necesario poner?

    b) ¿Cuál es la tasa de dosis a 1 metro, una vez blindada la fuente?

    c) ¿Qué dosis absorberá una persona que permanezca sentada durante 8 horas en esa posición?

    El Cesio-137 tiene una energía de 0,665 MeV en el 85 % de sus decaimientos.

    $\mu_{Al} = 0,20$ cm^{-1}; $\mu_{Pb} = 1,10$ cm^{-1}

Tema 6

PARTÍCULAS ELEMENTALES

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

El estudio de los núcleos nos hace aproximarnos más a la estructura de la materia, observando que además de ellos hay otras partículas más pequeñas, que son las constituyentes de la materia, las llamadas *partículas elementales.*

Además de las propiedades generales de las partículas elementales, interesa mencionar aquí dos características especiales.

1. Cada tipo de partícula tiene su antipartícula, de masa idéntica, pero con alguna otra propiedad opuesta como, por ejemplo, con cargas eléctricas opuestas (como ocurre con el electrón y el positrón, o con el protón y el antiprotón). Pueden aniquilarse mutuamente, dando lugar a fotones u otras partículas.

2. Las fuerzas que actúan entre las partículas elementales se deben al intercambio de otras, llamadas mediadoras.

1.1. Clasificación de las partículas observadas

Fotones Bosones de espín unidad y masa nula. El fotón es el cuanto de radiación electromagnética.

Leptones (Partículas ligeras). Son fermiones de espín 1/2. Son el electrón e^-, el muón μ^- y el tauón τ^- y los neutrinos ν (electrónico, muónico y tauónico), junto con sus antipartículas. Los tres primeros tienen masa no nula. Los neutrinos tienen masa casi nula[1] y viajan a la velocidad de la luz. Todos ellos están sujetos a las interacciones electromagnética y débil, pero no a la

[1] Desde hace unos pocos años se postula, en contra de lo que se creía, que los neutrinos tienen masa, pero muy pequeña

fuerte y se comportan como partículas puntuales. Con los métodos actuales de resolución, 10^{-18} m, no se ha observado estructura en los leptones y no se ha encontrado a ninguno en un estado interno excitado, por lo tanto se les considera partículas fundamentales. Sus características aparecen en la tabla (6.4)

Hadrones O partículas que interaccionan fuertemente y que sienten todas las interacciones. Están constituidas por quarks (tienen estructura extendida por lo que no son partículas elementales propiamente dicho). Tienen un radio del orden de 10^{-15}m.
Los hay de dos tipos:

Mesones (Partículas de masa intermedia). Son bosones. Están formados por un quark y un antiquark. Por ejemplo, los piones (π^+, π^-, π^o), los kaones (K^+, K^-, K^o) y otros muchos. NÃžmero bariónico, $B = 0$.

Bariones (Partículas pesadas). Son fermiones formados por tres quarks. Entre ellos están los nucleones (el protón y el neutrón), los más ligeros de la familia y otros más pesados llamados a veces hiperones (masa mayor que la del neutrón), como el Λ (lambda), Σ (sigma), y Ξ (cascada). Número bariónico, $B = 1$.

En las tablas (6.1) y (6.2) aparecen las propiedades de algunos hadrones (hay muchos más). Las antipartículas correspondientes tienen los mismos valores de masa y espín, las cargas eléctricas son opuestas y los quarks constituyentes se sustituyen por el antiquark correspondiente (por ejemplo $d \to \overline{d}$).

Resonancias

Además de la lista de partículas estables hay otros muchos hadrones descubiertos en experimentos con aceleradores de alta energía. Estos hadrones tienen vidas medias del orden de $\sim 10^{-23}$ s, varios órdenes de magnitud más pequeñas que las vidas medias de los hadrones estables. Esta vida media tan pequeña es un índice de que decaen por interacción fuerte. Se trata de las resonancias, son estados virtuales intermedios en procesos donde intervienen hadrones. Como ejemplo de resonancias mesónicas ρ, ω, y de resonancias bariónicas Δ, Σ^*, Ξ^*.

Tabla 6.1. Características de algunos hadrones bosónicos (mesones)

Mesón q $\overline{q}$					
Símbolo	**Nombre**	**Quarks constituyentes**	**Carga eléctrica**	**Masa GeV/c^2**	**Espín**
π^+	Pión	u $\overline{d}$	1	0,140	0
K^+	Kaón	$\overline{s}$u	1	0,494	0
η	Eta	u$\overline{u}$	0	0,549	0
D^+	D^+	c $\overline{d}$	1	1,869	0
B^+	B^+	$\overline{b}$u	1	5,271	0

Tabla 6.2. Características de algunos hadrones fermiónicos (bariones)

Bariones q q q y Antibariones $\overline{q}$ $\overline{q}$ $\overline{q}$					
Símbolo	**Nombre**	**Quarks constituyentes**	**Carga eléctrica**	**Masa GeV/c^2**	**Espín**
p	Protón	u u d	1	0,938	$\frac{1}{2}$
n	Neutrón	u d d	0	0,940	$\frac{1}{2}$
Λ^o	Lambda	u d s	0	1,116	$\frac{1}{2}$
Σ^+	Sigma	u u s	1	1,189	$\frac{1}{2}$
Ω^-	Omega	s s s	-1	1,676	$\frac{3}{2}$

Partículas extrañas. Propiedades

Son hadrones. El análisis de los rayos cósmicos reveló en los años 50 la existencia de partículas más pesadas que los piones. Son los kaones, lambdas, sigmas, cascadas, etc. Hay partículas extrañas que son mesones y otras que son bariones.

- Se producen abundantemente por parejas en procesos de interacción fuerte (pión-nucleón, nucleón-nucleón). Se trata de la producción asociada.
- Su vida media es mucho mayor que las típicas de la interacción fuerte.
- Decaen vía interacción débil, con o sin intercambio de extrañeza. También pueden decaer electromagnéticamente.

Que la fuerza responsable de su producción fuese mucho más intensa que la de su desintegración, parecía entonces "extraño". Esta es la razón de su nombre.

1.2. Tipos de interacciones fundamentales

Entre los componentes de la materia existen cuatro tipos de fuerzas, a cada una de ellas se le puede asignar una constante de acoplamiento, que indica su intensidad y cada una de ellas actuará dentro de una distancia o una escala de tiempo específica. En orden de intensidad creciente, son:

Gravitatoria Aunque es la más débil, conforma la estructura del universo pero no juega ningún papel en física nuclear. Es de largo alcance y siempre atractiva. No tiene efectos medibles en la escala de las partículas.

Débil Es una fuerza de poca intensidad y la de menor alcance (10^{-18} m). Es la responsable de la desintegración beta, entre otros procesos parecidos. Se caracteriza por la participación de cuatro fermiones. Son debidas al intercambio de una de estas tres partículas mediadoras (bosones): W^+, W^- y Z^o. Su constante de acoplamiento es $f^2/\hbar c = 10^{-14}$, donde f es la constante de Fermi ordinaria.
Sus vidas medias están en el rango $10^{-12} - 10^{-15}$ s.

Electromagnética De largo alcance, pueden ser atractivas o repulsivas. Los mediadores de esta fuerza son los fotones. La constante de acoplamiento es

la constante de estructura fina $\alpha = e^2/4\pi\hbar c = 1/137$. Hoy se cree que las fuerzas débiles y electromagnéticas son dos manifestaciones distintas de una sola, llamada *electrodébil*. A muy grandes energías, inalcanzables en el laboratorio, las dos tienen la misma intensidad, pero esa unificación está rota a bajas energías. La vida media de las desintegraciones electromagnéticas están entre 10^{-16} y 10^{-20} s.

Fuerte Es la más intensa de las cuatro, pero su alcance es muy corto ($\approx 10^{-15}$ m). Es la responsable de la estabilidad de los núcleos y de las fuerzas entre los nucleones. Es posible definir una constante análoga a la de la estructura fina de las fuerzas electromagnéticas pero sin valor fundamental (denominada g), que estaría entre 1 y 10. Se debe a la fuerza entre los quarks que constituyen los hadrones. Las partículas mediadoras en esta interacción son los gluones. En promedio es atractiva y los experimentos prueban que existe una longitud crítica más allá de la cual no se extiende la interacción. Un potencial que describe fenomenológicamente las fuerzas fuertes entre los nucleones fue introducido por Yukawa,

$$V(r) = g\frac{\exp(-kr)}{r}, \tag{6.1}$$

donde k es el recíproco de una longitud, que representa el alcance de las fuerzas nucleares. Las vidas medias de las desintegraciones fuertes van de 10^{-22} a 10^{-25} s.

En la tabla (6.3) aparece un resumen de las características principales de cada una de las interacciones.

1.3. Los Quarks

Como se ha comentado anteriormente, los quarks son los constituyentes de los hadrones. Se ha establecido la existencia de seis tipos diferentes de quarks: u = up (arriba); d = down (abajo); s = strange (extrañeza); c = charm (encanto); b = bottom (belleza) y t = top o truth (verdad).

Características y propiedades de los quarks

- El número bariónico de un quark es $1/3$ y tienen el mismo espín que los electrones: $s = 1/2$.
- Los hadrones no son objetos elementales como los leptones, sino que están formados por subunidades o constituyentes, que son los quarks.
- Estos están confinados permanentemente en el interior de los hadrones y o es posible obtener quarks como partículas aisladas..
- La carga eléctrica es: $2/3$ para los u, c y t, y $-1/3$ para los d, s y b.
- Los nucleones (protón y neutrón) están formados por tres quarks: $p \to (uud),\ n \to (ddu)$.
- Los mesones son estados ligados de un quark y un antiquark.
- Como todas las partículas, los quarks poseen sus correspondientes antipartículas.
- Además de los quarks, los nucleones están constituidos por *gluones*, que son los responsables de la unión de los quarks dentro de los hadrones.
- Cada quark puede existir en tres variedades o tipos, descritos como *colores*, convencionalmente se suelen designar con los adjetivos rojo, verde y azul.

A semejanza con la electrodinámica cuántica, se ha construido una teoría llamada cromodinámica cuántica que explica las interacciones fuertes como el efecto de las fuerzas llamadas de color entre los quarks de los hadrones, mediadas por gluones.

Finalmente se cree hoy que la materia está constituída solamente por seis quarks y seis leptones, que aparecen en la tabla (6.4), con sus correspondientes antipartículas y los mediadores de las interacciones.

Tabla 6.3. Características de las interacciones fundamentales

Interacción	**Campo de acción**	**Alcance**	**Mediador**	**Espín del mediador**	**Vida media**
Gravitatoria	Cosmos	Infinito	Gravitón	2	
Fuerte	Núcleos/Hadrones	10^{-15} m	Gluón	1	10^{-22}-10^{-25} s
Electromagnética	Atomos y moléculas	Infinito	Fotón	1	$\leqslant 10^{16}$ s
Débil	Desintegraciones nucleares	10^{-18} m	W^+,W^-,Z^o	1	10^{-12}-10^{-15} s

Tabla 6.4. Fermiones constituyentes de la materia

Constituyentes de la materia					
LEPTONES espín = $\frac{1}{2}$			**QUARKS espín = $\frac{1}{2}$**		
Nombre	**Masa GeV/c^2**	**Carga eléctrica**	**Nombre**	**Masa GeV/c^2**	**Carga eléctrica**
ν_e, neutrino electrónico	$<7{,}3\times10^{-6}$	0	u up (arriba)	$0{,}4\times10^{-2}$	$\frac{2}{3}$
e^- electrón	$5{,}1\times10^{-4}$	-1	d down (abajo)	$0{,}7\times10^{-2}$	$-\frac{1}{3}$
ν_μ, neutrino muónico	$<0{,}3\times10^{-3}$	0	s strange (extrañeza)	0,15	$-\frac{1}{3}$
μ^- muón	0,106	-1	c charm (encanto)	1,5	$\frac{2}{3}$
ν_τ, neutrino tauónico	$<0{,}4\times10^{-1}$	0	b beauty (belleza)	4,7	$-\frac{1}{3}$
τ^- tau	1,784	-1	t truth (verdad)	174	$\frac{2}{3}$

1.4. Interacción de partículas

En un proceso tal que

$$a + A \rightarrow b + B,$$

donde a es el proyectil y A la partícula blanco que suele considerarse en reposo.

Leyes de Conservación

La existencia de leyes de conservación en una interacción implica que deben conservarse ciertas cantidades (o sea, que sus valores antes y después son iguales), que son las siguientes

Energía total y momento lineal

Carga eléctrica

Momento angular En una reacción $A \rightarrow B + C$, siendo s_A, s_B y s_C los espines de las partículas, debe cumplirse: $\mathbf{s}_A = \mathbf{s}_B + \mathbf{s}_C + \mathbf{L}_{BC}$ siendo esos vectores los operadores de espín de A, B, y C y de momento angular relativo de B y C, respectivamente.

Paridad Cada partícula elemental tiene asignada una paridad intrínseca, par $(+)$ o impar $(-)$ que describe el comportamiento de la función de onda espacial bajo la relación $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$.

La paridad del protón se toma par, por definición. La de un estado de dos partículas A, B vale $\eta_A\ \eta_B(-1)^l$, donde η_A y η_B son sus paridades y l su momento angular orbital relativo.

Para los bosones la paridad de partícula y antipartícula son iguales, en los fermiones la paridad de partícula y antipartícula son de signos opuestos.

La paridad se conserva en la interacción fuerte y electromagnética, pero no se conserva en la interacción débil. Es una magnitud multiplicativa.

N^o bariónico Se designa $B = +1$ para bariones, $B = -1$ para antibariones y $B = 0$ para el resto. Se conserva en todo tipo de interacciones por lo que los bariones sólo se pueden crear en pares (barión + antibarión).

N^o leptónico Se designa: $\begin{cases} L = 1 \text{ para } e^-,\ \mu^-, \tau^-,\ \nu \\ L = -1 \text{ para } e^+, \mu^+, \tau^+, \overline{\nu} \\ L = 0 \text{ para las demás partículas} \end{cases}$

Isospín En la interacción fuerte, se conservan las tres componentes del isospín, en la electromagnética sólo la tercera T_3 y en la débil ninguna.

Extrañeza Se designa por S. Se conserva en la interacción fuerte y en procesos electromagnéticos, pero puede cambiar una unidad en la interacción débil. Se utiliza la fórmula de Gell-Mann-Nishijma

$$\frac{Q}{e} = T_3 + \frac{S+B}{2}$$

donde $S + B = Y$ se conoce como hipercarga.

Cálculo de la energía umbral

Las leyes de conservación de la energía total y el momento lineal, nos permiten determinar el comportamiento final de las partículas resultantes. Excepto a bajas energías, es necesario utilizar las ecuaciones relativistas para la energía.

La energía total será:

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} = T + mc^2 = \text{energía cinética más energía en reposo.}$$

En el caso de que la reacción sea endoérgica, es necesario determinar su energía umbral, es decir, la energía mínima del proyectil necesaria para que se produzca la reacción.

Uno de los métodos más sencillos es el de utilizar el invariante de Lorentz,

$$\left[E^2 - p^2c^2\right]$$

es invariante, o sea que vale lo mismo en ambos sistemas de referencia, del laboratorio y del centro de masas. En el sistema del c.m. las partículas finales están en reposo, por lo que los momentos p_B y p_b son nulos, y la energía total en el estado final es

$$E_T = (m_b + m_B)\, c^2.$$

En el sistema de laboratorio el momento inicial total $p_T = p_a$, pues la partícula A se considera en reposo.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, se llega a que la energía umbral necesaria para que se produzca una reacción es de la forma

$$T_u = |Q| \frac{\sum m}{2m_A}, \tag{6.2}$$

donde $\sum m = m_f + m_i$ son la suma de las masas iniciales y finales. Si hacemos $M_f = M_i$, tenemos la energía umbral en el caso no relativista, como se vio antes en el tema de reacciones nucleares,

$$T_u = |Q| \, \frac{(m_a + m_A)}{m_A}.$$

2. PROBLEMAS RESUELTOS

2.1. Propiedades generales

1. Discutir cuáles de las siguientes reacciones están permitidas en términos de las leyes de conservación de la carga, el número bariónico y el leptónico.

   a)

   $$\mu^- \longrightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$$

   b)

   $$p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e$$

   c)

   $$\Omega^- \longrightarrow \Xi^o + \pi^+$$

   d)

   $$\pi^+ + p \longrightarrow p + p + \overline{n}$$

Solución

a)

	μ^-	e^-	$\overline{\nu}_e$	ν_μ
Q	-1	-1	0	0
B	0	0	0	0
L	1	1	-1	1

Como se ve se conservan las tres magnitudes. Se trata de una interacción débil, el decaimiento del muón, μ^-.

b)

	p	n	e^+	ν_e
Q	1	0	1	0
B	1	1	0	0
L	0	0	-1	1

Se conservan las tres magnitudes. Se trata de una interacción débil, que corresponde a una desintegración beta, β^+.

c)

	Ω^-	Ξ^o	π^+
Q	-1	0	1
B	1	1	0
L	0	0	0

No se conserva la carga, se trata de una reacción prohibida.

d)

	π^+	p	p	p	$\overline{n}$
Q	1	1	1	1	0
B	0	1	1	1	-1
L	0	0	0	0	0

Se conservan todas las magnitudes. Se trata de una interacción fuerte. Se conserva también la paridad, la paridad de $\pi^+(-)$, $p(+)$ y $\overline{n}$(-). También se conserva el isospín, para π^+ es 1 y para p y $\overline{n}$ es $\frac{1}{2}$.

2. Averiguar qué partícula falta para completar la reacción, teniendo en cuenta las leyes de conservación.

a)

$$\mu^+ \longrightarrow \quad +v_e + \overline{v}_\mu$$

b)

$$\overline{n} \longrightarrow \quad +e^+ + v_e$$

c)

$$v_e + \quad \longrightarrow e^- + p$$

d)

$$+p \longrightarrow \pi^o + n$$

Solución

a) Por conservación de la carga, la partícula que falta tiene que tener carga $+$.

Por conservación del número bariónico, su número bariónico debe de ser 0.

Para que se conserve el número leptónico, el suyo tiene que ser -1.

De lo anterior deducimos que se trata de un antileptón de carga $+$. La partícula que falta es el positrón$\longrightarrow e^+$.

La reacción queda de la siguiente forma:

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + v_e + \overline{v}_\mu$$

Es la desintegración del μ^+, una interacción débil.

b) Para que se conserve la carga, la partícula que se busca debe tener carga $-$.

Para que se conserve el número bariónico, su numero bariónico será -1, se trata de un antibarión.

Por conservación del número leptónico se deduce que su número leptónico debe ser 0.

Llegamos a la conclusión de que la partícula buscada es un antibarión de carga negativa.

La partícula que completa la reacción es el antiprotón$\longrightarrow \overline{p}$.

La reacción es la siguiente:

$$\overline{n} \longrightarrow \overline{p} + e^+ + v_e$$

Es la desintegración del antineutrón, $\overline{n}$ una interacción débil.

c) Por conservación de la carga, la de la partícula que falta para completar la reacción es 0.

Para que se conserve el número bariónico, deberá tener número bariónico 1, es un barión.

Por conservación del número leptónico, se deduce que su número leptónico es 0.

La partícula que buscamos es un barión neutro.

Se trata del neutrón$\longrightarrow n$.

La reacción completa es:

$$v_e + n \longrightarrow e^- + p$$

Se trata de la desintegración β^- inversa, interacción débil.

d) Por conservación de la carga, la partícula debe tener carga $-$.

Por conservación del número bariónico, éste será 0, no es ni barión ni antibarión.

Para que se conserve el número leptónico, deberá ser 0, no es ni leptón ni antileptón.

No es ni barión ni leptón, tiene que ser mesón de carga negativa.
Se trata del pión negativo$\longrightarrow$ π^-. La reacción queda del siguiente modo:

$$\pi^- + p \longrightarrow \pi^o + n$$

Es una dispersión pión-nucleón, interacción fuerte, en la que también se conserva la paridad y el isospín.

$\leftrightsquigarrow$

3. Se supone que un muón libre con 1,5 MeV de energía cinética, recorre hasta desintegrarse una distancia media de algo más de 110 m. Realice la demostración.

Solución

La vida media de un muón libre según las tablas, tiene un valor de

$$\tau_\mu = 2,2 \times 10^{-6} \text{ s.}$$

La energía cinética $T = 1,5$ MeV y

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,5}{105,66}} \times 3 \times 10^8 = 5,05 \times 10^7 \text{ m/s.}$$

Luego

$$l = v\,t = 2,2 \times 10^{-6} \times 5,5 \times 10^7 = \boxed{111 \text{ m}}$$

Es la distancia media que recorrerá el muón antes de desintegrarse.

$\leftrightsquigarrow$

4. Utilizando la relación relativista existente entre el momento y la energía, calcular la energía cinética mínima de

   a) un electrón

   b) un protón, confinados en una dimensión de 7×10^{-15} m. (considérese que $\Delta p\,\Delta r = \hbar$)

Solución

$$\Delta p\,\Delta r = \hbar,\ \text{luego}\ \ \Delta p = \frac{\hbar}{\Delta r} = \frac{1,054\times10^{-34}}{7\times10^{-15}} = 1,5\times10^{-20}\ \text{J.s/m},$$

$$\Delta p = 9,4\times10^{-8}\ \text{MeV/(m/s)},$$

poniéndolo en unidades de MeV/c, resulta que

$$\Delta p = 28,2\ \text{MeV}/c$$

a) Caso del electrón: $m_{\text{e}} = 0,511\ \text{MeV}/c^2$. La energía cinética T_{e} vale

$$T_{\text{e}} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2 = \sqrt{0,511^2 + 28,2^2} - 0,511 = \boxed{27,7\ \text{MeV}}$$

b) Caso del protón: $m_{\text{p}} = 938,26\ \text{MeV}/c^2$

$$T_{\text{p}} = \sqrt{938,26^2 + 28,2^2} - 938,26 = \boxed{0,42\ \text{MeV}}$$

2.2. Interacción relativista de partículas

1. En el bombardeo de protones en reposo con haces de protones, se pueden producir pares de protones y antiprotones. Calcular la energía mínima que debe tener el haz de protones incidentes para que la reacción sea posible.

$$p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$$

Solución

La energía total final en el centro de masas es

$$E_T = 4\,m\,c^2,$$

porque estarán en reposo.

La energía total inicial en el sistema de laboratorio es

$$E_T = (E_i + mc^2),$$

y el momento

$$p_T = p_i.$$

La energía del protón incidente,

$$E_i = \sqrt{m^2c^4 + p_i^2c^2}$$

Como

$$\left[E_T^2 - p_T^2c^2\right]$$

es invariante en ambos sistemas de referencia, resulta

$$16\,m^2c^4 = (E_i + m\,c^2)^2 - p_i^2c^2 = 2\,m^2c^4 + 2\,m\,c^2E_i,$$

de donde

$$E_i = 7\,m\,c^2.$$

La energía cinética será finalmente

$$T_i = E_i - m\,c^2 = 6m\,c^2 = 5629 \text{ MeV} \approx \boxed{5{,}6 \text{ GeV}}$$

Esta reacción se produce en el bevatrón para obtener antiprotones. Se ve que la energía incidente del haz de protones debe ser muy alta.

2. Sea la reacción

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^o$$

donde π^- y p están en reposo. Calcular:

a) la velocidad con que sale el π^o.

b) Las energías máxima y mínima de los γ emitidos en la desintegración del π^o procedentes de la reacción $\pi^o \rightarrow 2\,\gamma$.

Solución

a)

$$p_{\pi^o} = p_n = p, \text{ los momentos son iguales,}$$

$$p_{\pi^-} = p_p = 0, \text{ ambas están en reposo.}$$

Por conservación de la energía total

$$E_T = (m_{\pi^-} + m_p)c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_n^2c^4} + \sqrt{p^2c^2 + m_{\pi^o}^2c^4}.$$

Hay que elevar al cuadrado dos veces. Haciendo

$$m_{\pi^-}^2 + m_p^2 - m_{\pi^o}^2 - m_n^2 + 2m_{\pi^-}m_p = 2M^2$$

Resulta

$$M^4c^8 - 2M^2p^2c^6 = p^2c^2(m_n^2 + m_{\pi^o}^2)c^4 + m_{\pi^o}^2m_n^2c^8,$$

de donde, despejando resulta

$$p^2 = \frac{(M^4 - m_{\pi^o}^2m_n^2)}{2M^2 + m_n^2 + m_{\pi^o}^2}c^2.$$

Sustituyendo los valores de las masas, resulta el valor $M = 361,07$ MeV/c^2. Se obtiene por lo tanto

$$p = 28,08 \text{ MeV}/c;$$

Teniendo en cuenta que

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ y } \; E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow v = \frac{pc^2}{E},$$

la velocidad del pión emitido será

$$v = \frac{pc^2}{\sqrt{p^2c^2 + m_{\pi^o}^2 c^4}} = 0,203\, c = \boxed{6{,}1 \times 10^7 \text{ m/s}}$$

b) Para que las energías de los fotones sean máxima y mínima, deben salir en direcciones opuestas, con momentos paralelos al del π^o, uno hacia delante y otro hacia atrás.

Siendo k_1 y k_2 los momentos de los fotones, por conservación de la energía,

$$(k_1 + k_2)\, c = E = \sqrt{p^2c^2 + m_{\pi^o}^2 c^4} = 137,86 \text{ MeV},$$

$$k_1 - k_2 = p = 28,08 \text{ MeV/c},$$

Luego

$$\left.\begin{array}{l} k_1 = 82,97 \text{ MeV/c} \\ k_2 = 54,89 \text{ MeV/c} \end{array}\right\}$$

Energía máxima: 82,97 MeV

Energía mínima: 54,89 MeV

3. Suponga una colisión elástica entre un electrón ultrarrelativista ($E \gg m_o c^2$) y un núcleo de masa M. Demuestre que la energía de retroceso del núcleo es

$$T_R = \frac{E^2(\cos\theta - 1)}{E(\cos\theta - 1) - Mc^2}$$

siendo $\theta =$ el ángulo de desviación.

Solución

La energía será,

$$\left.\begin{array}{c} E = T + m_o c^2 \\ E^2 = (m_o c^2)^2 + p^2 c^2 \end{array}\right\} \text{ Si } E \gg m_o c^2, \text{ entonces } E = T = cp.$$

Aplicando las ecuaciones de conservación

Energía:

$$T_i = T_f + T_R$$

siendo T_i la energía cinética del electrón incidente, T_f la final del electrón y T_R la de retroceso del núcleo.

Momento:

$$\left.\begin{array}{l} p_i = p_f \cos\theta + p_R \cos\varphi \\ 0 = p_f sen\theta - p_R sen\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow p_i^2 + p_f^2 - 2p_i p_f \cos\theta = p_R^2, \quad (\diamond)$$

$$\left.\begin{array}{c} p_i = E/c = T_i/c \\ p_f = T_f/c = (T_i - T_R)/c \\ p_R = (\sqrt{2Mc^2 T_R + T_R^2})/c \end{array}\right\} \text{ Sustituyendo en } (\diamond),$$

$$\frac{E^2}{c^2} + \frac{(E - T_R)^2}{c^2} - 2\frac{E}{c}\frac{(E - T_R)}{c}\cos\theta = \frac{2Mc^2 T_R + T_R^2}{c^2},$$

Operando, resulta finalmente

$$T_R = \frac{E^2(\cos\theta - 1)}{E(\cos\theta - 1) - Mc^2} \text{ c.q.d.}$$

4. En la aniquilación de un positrón y un electrón, emergen dos fotones. Suponiendo que la energía cinética del positrón es igual a tres veces su masa en reposo y que la de un fotón es el doble de la del otro, calcular el ángulo que forman las direcciones de ambos fotones.

Solución

Sean k_1 y k_2 los momentos de ambos fotones, y por lo tanto $k_1 c = 2k_2 c$. La energía del positrón será

$$E_+ = T_+ + m\,c^2 = 4m\,c^2.$$

Por conservación de las energías,

$$E_i = 4m\,c^2 + m\,c^2 = 5m\,c^2,$$
$$E_f = k_1 c + k_2 c = 3k_2 c,$$

luego

$$5m\,c^2 = 3k_2 c \Rightarrow k_2 c = \frac{5}{3} m\,c^2,$$

Por la conservación de los momentos,

$$p_+^2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 k_2 \cos\varphi = k_2^2(5 + 4\cos\varphi),$$

siendo φ el ángulo que forman ambos fotones. Por otra parte,

$$p_+^2 c^2 = E_+^2 - m^{\,2} c^4 = 15 m^2 c^4,$$

luego resulta que

$$15 m^2 c^4 = k_2^2(5 + 4\cos\varphi) c^2,$$

finalmente

$$15 m^2 c^4 = \frac{25}{9} m^2 c^4 (5 + 4\cos\varphi),$$

El ángulo que forman ambos fotones es

$$\cos\varphi = 0,1 \Rightarrow \varphi = \boxed{84^o\ 15'\ 39''}$$

2.3. Desintegración de partículas elementales

1. Una partícula X de masa M se desintegra en un neutrón y un pión con momentos $p_n = 193$ MeV/c y $p_\pi = 273$ MeV/c, formando un ángulo entre las partículas salientes de 57^o. Hallar la masa de la partícula X y determinar cuál es, suponiendo que no hay más productos en la reacción.

Solución

$$E_n = \sqrt{m_n^2 c^4 + p_n^2 c^2} \quad \text{y} \quad E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_\pi^2 c^2},$$

$$E_x = E_n + E_\pi,$$

y además

$$p_x^2 = p_\pi^2 + p_n^2 + 2 p_\pi p_n \cos\theta,$$

como se conocen todos los datos, puede determinarse

$$p_x^2 = 193^2 + 273^2 + 2 \times 193 \times 273 \times 0,544 = 169104 \text{ MeV}^2/c^2.$$

$$E_n = \sqrt{939,5^2 + 193^2} = 959,12 \text{ MeV},$$
$$E_\pi = \sqrt{139,6^2 + 273^2} = 306,6 \text{ MeV}.$$

Sustituyendo los valores obtenidos,

$$E_x = 959,12 + 306,6 = 1265,72 \text{ MeV}.$$

$$m_x^2 c^4 = E_x^2 - p_x^2 c^2,$$

sustituyendo

$$m_x^2 c^4 = 1265,72^2 - 169104 = 1432943 \text{ MeV}^2,$$

$$m_x = \boxed{1197 \text{ MeV}/c^2}$$

La partícula es Σ^-, un barión. La reacción producida será

$$\Sigma^- \longrightarrow n + \pi^-$$

2. Suponiendo un muón en reposo que se desintegra según la reacción

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \overline{\nu}_e,$$

calcular cuál será la máxima energía con la que el electrón puede salir emitido.

Solución

Inicialmente,

$$E_T = m_\mu\, c^2 \;\text{ y }\; p_T = 0.$$

La energía máxima la alcanzará cuando el electrón sale en una dirección y ambos neutrinos en la otra, de modo que el momento p_e sea máximo.

$$\mathbf{p}_e = -\mathbf{p}_\nu - \mathbf{p}_{\overline{\nu}}; \qquad p_e = p_\nu + p_{\overline{\nu}}$$

Energía del electrón,

$$E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}.$$

Energía de los ν,

$$E_\nu = p_\nu\, c \;\text{ y }\; E_{\overline{\nu}} = p_{\overline{\nu}}\, c.$$

Conservación de la energía total,

$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} + p_\nu\, c + p_{\overline{\nu}} c = m_\mu\, c^2,$$

$$(m_\mu c^2 - p_e c)^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4,$$

$$p_e = \frac{m_\mu^2 - m_e^2}{2m_\mu}\, c; \qquad E_e^2 = \frac{(m_\mu^2 + m_e^2)^2}{4m_\mu^2}\, c^4\,,$$

de donde resulta

$$E_e = \frac{m_\mu^2 + m_e^2}{2m_\mu}\, c^2.$$

Sustituyendo valores, resulta la energía máxima del electrón emitido es

$$E_e = \boxed{52{,}5 \text{ MeV}}$$

3. Un barión Σ^o en reposo se desintegra en un hiperón Λ^o, emitiendo un fotón.

a) Calcular las energías cinéticas de los productos de la desintegración.

b) Calcular el momento del hiperón.

c) $m_{\Sigma^o} = 1193$ MeV y $m_{\Lambda^o} = 1116$ MeV

Solución

La desintegración es la siguiente:

$$\Sigma^o \longrightarrow \Lambda^o + \gamma$$

a) Por conservación de la energía

$$\left.\begin{array}{c} E_i = m_\Sigma c^2 \\ E_f = T_\Lambda + m_\Lambda c^2 + T_\gamma \end{array}\right\} \; m_\Sigma c^2 = T_\Lambda + m_\Lambda c^2 + T_\gamma$$

de donde se deduce que

$$T_\Lambda + T_\gamma = (m_\Sigma - m_\Lambda)\, c^2 = 77 \text{ MeV} \Rightarrow T_\gamma^2 = (77 - T_\Lambda)^2$$

Por conservación del momento

$$p_\gamma^2 = p_\Lambda^2$$

$$T_\gamma^2 = p_\gamma^2 c^2 \quad \text{y} \quad p_\Lambda^2 c^2 = T_\Lambda^2 + 2T_\Lambda m_\Lambda c^2$$

$$T_\Lambda^2 + 2T_\Lambda m_\Lambda c^2 = T_\gamma^2 = (77 - T_\Lambda)^2$$

luego

$$T_\Lambda = \frac{77^2}{2(m_\Lambda + 77)} = \boxed{2{,}48 \text{ MeV}}$$

$$T_\gamma = \boxed{74{,}52 \text{ MeV}}$$

b)

$$p_\Lambda c = \sqrt{T_\Lambda^2 + 2T_\Lambda m_\Lambda c^2} = \boxed{74{,}44 \text{ MeV/c}}$$

Lógicamente, el fotón se lleva casi toda la energía y el hiperón queda casi parado.

4. Encontrar cuánto vale la energía del muón en la desintegración

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

en función de las masas, en el caso de un pión en reposo.

Solución

Al estar el pión en reposo, la conservación de la energía total es

$$m_\pi c^2 = E_\mu + E_{\nu_\mu}.$$

Elevando esta expresión al cuadrado, se tiene

$$m_\pi^2 c^4 = E_\mu^2 + E_{\nu_\mu}^2 + 2E_\mu \left(m_\pi c^2 - E_\mu\right).$$

Usando la expresión relativista

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

sustituyendo y agrupando términos,

$$m_\pi^2 c^2 = m_{\nu_\mu}^2 c^2 - m_\mu^2 c^2 + \left(p_{\nu_\mu}^2 - p_\mu^2\right) + 2E_\mu m_\pi.$$

Teniendo en cuenta la conservación del momento lineal,

$$\mathbf{p}_\pi = 0, \text{ al estar en reposo,}$$

$$0 = \mathbf{p}_\mu + \mathbf{p}_{\nu_\mu} \Longrightarrow p_\mu^2 = p_{\nu_\mu}^2.$$

Despejando E_μ queda la siguiente expresión

$$E_\mu = \frac{\left(m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_{\nu_\mu}^2\right) c^2}{2m_\pi} = \boxed{109{,}77 \text{ MeV}}$$

En donde se ha considerado nula la masa del neutrino.

2.4. Energía umbral

1. *a*) Demostrar que la reacción $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ (producción de un par) es imposible en el vacío.

   b) Demostrar que la energía umbral de un fotón para dar lugar a la producción de un par electrón-positrón en el campo de un electrón libre (se considera en reposo) es igual a $4\,m\,c^2$.

   c) Demostrar que en el caso de un núcleo de masa M en vez de un electrón, la energía umbral del fotón vale $2mc^2$.

Solución

a) Por conservación de la energía,

$$kc = 2mc^2 + T_1 + T_2 = E_1 + E_2,$$

siendo kc la energía total del fotón, m la masa del electrón y los subíndices 1 y 2 referidos a ambos electrones.
Por la conservación de momentos,

$$\mathbf{k} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \Rightarrow k \leqslant p_1 + p_2,$$

pero resulta que

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4, \text{ por lo que } E > p,$$

y resultaría que $p_1 + p_2$ sería menor que $E_1 + E_2$, lo que es imposible. Por lo tanto se demuestra que no puede producirse la reacción en el vacío.

b) La energía mínima es aquella en la que las partículas después de la colisión quedan en reposo en el centro de masas. De este modo no se gasta nada de la energía del fotón en energía cinética de las partículas finales.
En el sistema de laboratorio, la energía total inicial es

$$E_T = k\,c + mc^2$$

siendo k el momento del fotón. El momento total es $p_T = k$; pues $p_e = 0$.

En el sistema del centro de masas, la energía total final es $E_T = 3mc^2$, y $p = 0$.

Aplicando el invariante de Lorentz:

$$(kc + mc^2)^2 - k^2c^2 = 9m^2c^4,$$

$$k^2c^2 + m^2c^4 + 2kmc^3 - k^2c^2 = 9m^2c^4,$$

$$2kmc^3 = 8m^2c^4 \Rightarrow k = 4mc$$

Resultando finalmente que la energía umbral del fotón en el campo de un electrón es

$$E_\gamma = kc = 4mc^2$$

c) En el caso de un núcleo de masa M, repetimos el mismo proceso anterior. Ahora la energía total inicial en el sistema de laboratorio es

$$E_T = k\,c + Mc^2,$$

el momento total sigue siendo $p_T = k$.

En el sistema del centro de masas, la energía total final es:

$E_T = (M + 2m)\,c^2$, y $p = 0$.

Aplicando el invariante de Lorentz

$$(kc + Mc^2)^2 - p^2c^2 = (2m + M)^2c^4,$$

resultando finalmente que

$$k = 2m(\frac{m}{M} + 1)\,c,$$

se observa que para $M = m$, estamos en el caso b), y cuando $M \gg m$, $k = 2mc$, por lo que la energía umbral vale

$$T_u = \boxed{2\mathrm{mc}^2}$$

2. Encontrar la energía cinética umbral para la siguiente reacción, suponiendo que la primera partícula es la incidente y la segunda está en reposo

$$K^- + p \longrightarrow \Xi^- + K^+$$

Solución

Aplicando la ecuación (6.2) y buscando las masas de las partículas en las tablas, calculamos primero la Q de la reacción

$$Q = \left(m(K^-) + m(p) - m(\Xi^-) - m(K^+)\right) c^2 =$$

$$= (493,64 + 938,27 - 1321,3 - 493,64) =$$

$$= -383,03 \text{ MeV}.$$

Sustituyendo en la expresión (6.2)

$$T_u = |Q| \frac{\sum m}{2m_\Lambda};$$

donde

$$\sum m = 2 \times 493,64 + 938,27 + 1321,3 = 3246,85 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_\Lambda = 938,27 \text{ MeV},$$

luego

$$T_u = 383,03 \times \frac{3246,85}{2 \times 938,27} = \boxed{662{,}7 \text{ MeV}}$$

3. Una partícula de masa m_i choca con otra de masa m_s, que se encuentra en reposo en el sistema de laboratorio. De esta colisión emergen varias partículas con masa total M_f. Demostrar que la energía umbral para que se produzca tal reacción, expresada en coordenadas de laboratorio es

$$T_u = \frac{M_f^2 - (m_i + m_s)^2}{2m_s} c^2$$

Solución

En el centro de masas todas las partículas van juntas, y el momento final es nulo porque están en reposo, luego

$$E_T = M_f\, c^2;\ p = 0$$

En el sistema de laboratorio, la energía total inicial es

$$E_T = m_s c^2 + T + m_i c^2;\ p_T = p_i,$$

siendo T la energía cinética de la partícula incidente. Se verifica que en el S.L.

$$\left.\begin{array}{l} E_i^2 = m_i^2 c^4 + p_i^2 c^2 \\ E_i^2 = (m_i c^2 + T)^2 \end{array}\right\} \tag{6.3}$$

Aplicando el invariante de Lorentz,

$$M_f^2 c^4 = \left[m_s c^2 + (T + m_i c^2)\right]^2 - p_i^2 c^2,$$

Operando esta ecuación y sustituyendo (6.3), resulta

$$(m_i^2 + m_s^2)c^4 + 2m_s c^2(m_i c^2 + T) = M_f^2 c^4$$

de donde resulta finalmente

$$T = \frac{M_f^2 - (m_i + m_s)^2}{2m_s} c^2 \ \text{ c.q.d.}$$

4. Un rayo gamma interacciona con un protón en reposo y produce un pión π^+ y un neutrón. Demostrar que la energía umbral de la radiación γ es 151 MeV.

Solución

$$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$$

En el centro de masas, la energía total de las partículas resultantes, que están en reposo es

$$E_T = (m_\pi + m_n)\, c^2;\ p_T = 0,$$

en el laboratorio, la energía inicial total es

$$E_T = T_\gamma + m_p c^2;\ p_T = p_\gamma.$$

Aplicando el invariante de Lorentz,

$$(m_\pi + m_n)^2\, c^4 = \left(T_\gamma + m_p c^2\right)^2 - p_\gamma^2 c^2,$$

teniendo en cuenta que $T_\gamma = p_\gamma c$ y sustituyendo,

$$T_\gamma = \frac{(m_n + m_\pi)^2 - m_p^2}{2m_p} c^2 = \boxed{151 \text{ MeV}} \text{ c.q.d.}$$

3. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Decir si son posibles las siguientes reacciones teniendo en cuenta las leyes de conservación

   a)

   $$n \longrightarrow p + \overline{p} + \pi^o$$

   b)

   $$n \longrightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$$

   c)

   $$\pi^- + p \longrightarrow \Sigma^+ + K^-$$

   d)

   $$\pi^- + p \longrightarrow \Lambda^o + K^o$$

2. Averiguar qué partícula falta para completar la reacción, teniendo en cuenta las leyes de conservación.

   a)

   $$p + \quad \longrightarrow \Lambda^o + \overline{\Lambda^o}$$

   b)

   $$\Lambda^o \longrightarrow \quad + \pi^-$$

   c)

   $$\nu_e + p \longrightarrow n \ +$$

   d)

   $$K^- \longrightarrow \quad + \pi^-$$

3. La reacción $\pi^- + p \longrightarrow K^+ + \Sigma^-$

   a) ¿Es posible en lo que concierne a la aplicación de las leyes de conservación?

b) (b) Calcular el umbral de la reacción.

4. Para la obtención de piones se utilizan colisiones nucleón-nucleón, como por ejemplo

$$p \ + \ n \ \longrightarrow \ p \ + \ n \ + \pi^o,$$

en donde además el protón y el neutrón pueden escapar enlazados formando un deuterón. Determinar la energía umbral del protón para la producción del pión.

5. Cuando un pión en reposo es absorbido por un protón también en reposo, éste puede desintegrarse en un neutrón y un pión neutro:

$$p + \pi^- \rightarrow n + \pi^o, \text{ (intercambio de carga).}$$

El π^o se desintegra después en dos fotones. Calcular:

a) El momento de los productos de la desintegración.

b) (b) Las energías máxima y mínima de los fotones producidos en la desintegración del π^o.

6. Un pión con energía cinética de 30 MeV se desintegra en un muón y un neutrino. Si el neutrino sale a 90^o de la dirección de incidencia, a qué ángulo saldrá dispersado el muón.

7. Calcular:

a) El momento y la energía del μ en la desintegración

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

b) y la energía del electrón en

$$\pi^+ \longrightarrow \beta^+ + \nu_e.$$

8. En la desintegración espontánea del mesón K^+ en reposo, según la reacción

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

los muones poseen una energía cinética de 153 MeV. Considerando nula la masa del neutrino, calcular la masa del mesón K^+ tomando como unidad de masa m_o, la masa en reposo del electrón. $m_\mu = 206 m_o$.

9. Calcular la energía umbral del proceso de fotoproducción de piones,

$$\gamma + p \rightarrow \pi^o + p$$

10. Considerar la reacción

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^o$$

Calcular la energía umbral de los protones para la producción de mesones neutros, en el sistema de laboratorio.

11. Encontrar la energía cinética umbral de la siguiente reacción, suponiendo que la primera partícula es la incidente y la segunda está en reposo.

$$\pi^- + p \longrightarrow \omega + n$$

ω es una resonancia mesónica, $m_\omega = 783$ MeV/c^2.

12. El mesón π^+ en un sistema en el que está en reposo tiene una vida media de unos $2{,}5 \times 10^{-8}$ s. Si, en un acelerador, se produce un haz de mesones π^+ con una velocidad $v = 255 \times 10^6$ km/s ¿Cuál es el tiempo de vida del haz cuando se le observa desde el sistema de referencia del laboratorio?

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

TEMA 1

1. $n = 14$.

2. *a*) $R_c = 3,4 \times 10^{-15}$ m.

   b) Hay un factor $R_c/R = 1,4$ debido a que suponer una distribución uniforme de carga no es adecuado para cálculos precisos, especialmente para núcleos ligeros.

3. $m(C^{37}) = 36,964871$ u.a.m.

   $m(O^{16}) = 15,996981$ u.a.m.

4. *a*) $m(Na^{24}) = 23,990963$ u.a.m.

   b) $m(Sm^{144}) = 143,911996$ u.a.m.

   c) $m(Pu^{240}) = 240,053806$ u.a.m.

5. *a*) $Q = 19,81$ MeV.

   b) $Q = 20,57$ MeV.

   c) Debido a la repulsión coulombiana, hay que suministrar más energía en el caso b).

6. $E_{sep} = 7,16$ MeV.

7. $E_B(Li^7) = 39,24$ MeV; $E_B/A = 5,60$ MeV.

   $E_B(Ne^{20}) = 160,64$ MeV; $E_B/A = 8,03$ MeV.

   $E_B(Fe^{56}) = 492,26$ MeV; $E_B/A = 8,79$ MeV.

   $E_B(U^{235}) = 1{,}783,80$ MeV; $E_B/A = 7,59$ MeV.

8. Si^{29} : neutrón impar en $(2s_{1/2}) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^+$.

   K^{39} : protón impar en $(1d_{3/2}) \rightarrow J^P = \frac{3}{2}^+$.

Sc^{45} : protón impar en $(1f_{7/2})$ $\rightarrow$ $J^p = \frac{7}{2}^-$.

Cu^{63} : protón impar en $(3p_{3/2})$ $\rightarrow$ $J^P = \frac{3}{2}^-$.

9. Haciendo $(\partial M/\partial Z) = 0$, para $A = cte$, y despejando Z, el núcleo es estable para $Z = 54$ (Xe^{159}_{54}). Como Te^{129} tiene $Z = 52 < 54$, se encuentra a la izquierda, será emisor β^-.

10. Representando la curva $M(A, Z)$ en función de Z, resultan dos parábolas por ser A par. Haciendo $(\partial M/\partial Z) = 0$, y despejando Z, los núcleos estables resultan ser Ar^{36} y S^{36}.

11. N^{14} : neutrón y protón impares. Se encuentran los dos en $(1p_{1/2})$, por lo que el espín puede valer 1, 0. Experimentalmente se comprueba que vale 1. $J^p = 1^+$.

    N^{15} : protón impar en $(1p_{1/2})$ $\rightarrow$ $J^P = \frac{1}{2}^-$.

12. En el caso de los neutrones, considerando $N \approx 0,6A$ (relación aproximada que es válida para muchos núcleos) $N/V = 0,45/\pi R_o^3$ por lo que la energía de Fermi es $E_F \approx 32$ MeV. Tomando $\bar{E}_n = 8$ MeV la profundidad del pozo es de unos 40 MeV.

    En el caso de los protones, E_F será algo menor, pero se compensa con un término de repulsión electrostática, de manera que la profundidad del pozo es similar.

13. O^{17} : neutrón impar en $(1d_{5/2})$ $\rightarrow$ $\mu = \frac{1}{2}g_s = -1,91\mu_N$.

    K^{39} : protón impar en $(1d_{3/2})$ $\rightarrow$ $\mu = 0,126\mu_N$.

TEMA 2

1. Fue usado por última vez hace 3.144 años.

2. $N(5\text{ m}) = 6 \times 10^6$ núcleos se han desintegrado.

3. $A_{\text{máx}} = 3,2 \times 10^6$ Bq; $t = 34$ m.

4. *a*) La edad de la roca será 4×10^6 años.

   b) 23 g de Helio.

5. $T_{1/2}(K^{40}) = 1,17 \times 10^9$ años.

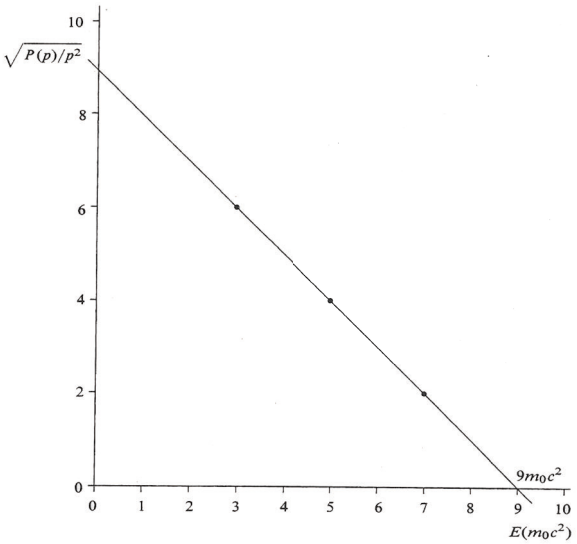
6. La edad del mineral será $t = 2 \times 10^9$ años.

7. $A = 0,26$ Ci

8. *a*) $Q = 0,782$ MeV.
   b) $V_e = 2,76 \times 10^8$ m/s.
   c) $V_p = 3,78 \times 10^5$ m/s.

9. No se desintegra espontáneamente porque la Q de la reacción es negativa.

10. *a*) El diagrama de Kurie es



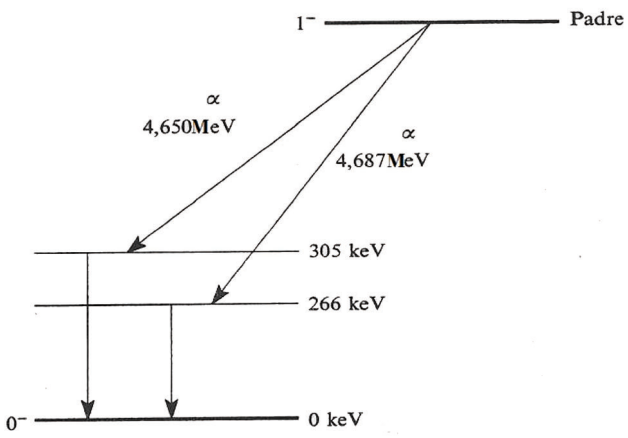
   b) El punto de corte es $9m_oc^2$; corresponde a la energía cinética máxima de los β emitidos.

11. *a*) $\bar{\nu}_e + He^3 \rightarrow H^3 + e^+$.
   b) $He^6 \rightarrow Li^6 + e^- + \bar{\nu}_e$.
   c) $e^- + B^8 \rightarrow Be^8 + \nu_e$.
   d) $\nu_e + C^{12} \rightarrow N^{12} + e^-$.
   e) $K^{40} \rightarrow \nu_e + Ar^{40} + e^+$.
   f) $K^{40} \rightarrow \bar{\nu}_e + Ca^{40} + e^-$.

12. Aplicando la relación de Geiger-Nuttal entre la energía de la desintegración y su periodo, se estima un periodo de desintegración de unos 10^{10} años, por lo que se puede clasificar al Th^{232} como estable.

13. *a*) $E_{\beta\,\text{máx}} = 2,82$ MeV.
    b) Sí.
    c) 0,32 MeV (al nivel de 2,50 MeV).
    1,49 MeV (al nivel de 1,33 MeV).

14. *a*) El esquema de desintegración es:



b) Recordando las reglas de transición para la desintegración α, la desintegración entre el nivel 1^- y el nivel 0^- no es posible, ya que $\Delta P =$ no y $\Delta J =$ impar.

TEMA 3

1. *a*) $Q = -1,19$ MeV,
   $T_u = 1,53$ MeV.
   b) $Q = -2,21$ MeV,
   $T_u = 2,35$ MeV.
   c) $Q = -18,12$ MeV,
   $T_u = 19,64$ MeV.

d) $Q = -5,86$ MeV,
$T_u = 6,53$ MeV.

2. $A = 12$.

3. Sustituyendo los valores correspondientes en la siguiente expresión

$$\phi = \text{arc sen}\left(\frac{m_e}{m_\alpha}\right)$$

resulta $\phi = 7,85 \times 10^{-3}$ rad $= 0^o0'20''$ Esto es lo máximo que puede dispersarse una partícula α por un electrón.

4. *a*) $m(Be^{11}) = 11,021658$ u.a.m.
$T(Be^{11}) = 1,574$ MeV

b) Energía de excitación:

Fundamental $E_{exf} = 0$ MeV
1^{er} estado excitado $E_{ex1} = 0,293$ MeV
2^o estado excitado $E_{ex2} = 1,640$ MeV

5. *a*) $T_n = 115,5$ keV.

b) $T_{Be^8} = 15$ keV.

6. *a*) $\theta = 2\phi = 140^o48'$.

b) $\theta = 90 + \phi = 144^o24'$.

7. *a*) $\sigma = 1,86 \times 10^{-28}$ m$^2 = 1,86$ b.

b) $\Sigma = 0,15$ cm^{-1}.

8. Para los neutrones de baja energía sólo son relevantes los niveles $l = 0$.

$$\sigma(n,\gamma) = \frac{4\pi}{k^2} g \frac{\Gamma_\gamma \Gamma_n}{(\Gamma_\gamma + \Gamma_n)^2} = 6 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$$

9. Se supone dispersión elástica, $\sigma_{\text{máx}} = 4$ b.

10. *a*) $T_u = 6,872$ MeV.

b) $T_n = 3,219$ MeV.

11. $T_u = 219,3$ MeV.

12. *a*) $\phi = 2,032 \times 10^{11}$ neutr/cm^2.s
    b) $A(t) = 3,32 \times 10^{10}$ d/s.

13. *a*) Se han formado $I = 2,51 \times 10^6$ núcl/cm^2.s.
    b) neutrones que atraviesan la lámina $= I' = 7,49 \times 10^6$ neutr/cm^2.s.

14. *a*) $Q = 140,580$ MeV.
    b) $E = 3,602 \times 10^{23}$ MeV$= 2,25 \times 10^{10}$ J.

15.
$$\frac{E(H^3)}{E(U^{235})} = 7 \text{ MeV}.$$

16. *a*) $m(Li^6) = 187$ kg de Li^6 al año.
    b) Hay que suministrar $M = 2{,}493$ kg de litio natural.

TEMA 4

1. $\theta = 44^o$

2. *a*) El poder de frenado es la inversa del alcance. En el caso de los deuterones, el poder de frenado es la mitad del de las alfas.
   b) $E_D = 2,5$ MeV.

3. $\mu = 0,12$ cm$^2/g$.

4. $\theta = 53^o$

5. $x = 3,24$ cm. En aluminio se necesita más de treinta veces el espesor del plomo para atenuarlo.

6. *a*)
$$b = \frac{\lambda}{2E} = 1,75 \times 10^{-14} \text{ m}$$
con
$$\lambda = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_o} = 2,27 \times 10^{-13} \text{ MeV.m}$$

b) La distancia mínima entre la partícula α y el núcleo será igual a la de máxima aproximación d

$$d = b \times 2 = 3,5 \times 10^{-14} \text{ m}$$

c) $T = E - V(s) = 0,01$ MeV.
$V(s) = \lambda/d = 6,49$ MeV.

7. $I = 0,018\,\mu$A.

8. Se supone simetría cilíndrica

$$E = \frac{V}{r \ln(b/a)} = 3{,}257 \text{ kV/m}$$

9. En el caso de 100 c/s, la fracción de partículas perdidas en un segundo es $10^{-4} \rightarrow 0,01\,\%$. En el caso de 10^5 c/s es $0,1 \rightarrow 10\,\%$. Lógicamente, se pierden más al contar más deprisa.

10. Suponiendo que sigue la estadística de Poisson, $P = N\lambda e^{-\lambda N t}$, siendo N el número de núcleos y λ la constante de desintegración.

11. Actividad neta = (45 ± 05) Bq.

TEMA 5

1. $H = 6,3$ Sv/año.

2. $\phi = 1,2 \times 10^4$ neutr/cm^2.s. Dosis = $\phi \Sigma_a E$.

3. Suponiendo que trabaja 140 h al mes, la dosis recibida es $H = 11,8$ mrem = 0,118 mSv. No es peligroso para la salud.

4. $n = 3,12 \times 10^7\,\alpha$/g.

5. *a*) $\lambda_e = 0,0636$ d^{-1}.
$T_e = 10,9$ d.
b) $N = 1,92 \times 10^7$ desintegraciones.
c) $D = 0,3\,\mu$Sv.

6. $V = 6525\ \text{cm}^3 = 6,5\ \text{l}$.

7. $x = 0,93\ \text{cm}$.

8. Dosis $= 2{,}97 \times 10^{-5}\ \text{Sv/h}$.

9. $x = 5,32\ \text{cm}$.

10. *a*) $X_{Al} = 6,93\ \text{cm}$; $X_{Pb} = 1,26\ \text{cm}$.
    b) Dosis = 3,67 mSv/h.
    c) Recibirá 29,3 mSv de radiación gamma.

TEMA 6

1. *a*) No es posible, no se conserva el número bariónico, tampoco la paridad.
   b) Sí es posible, se trata de una interacción débil, la desintegración del neutrón.
   c) No es posible, se trataría de una interacción fuerte, pero no se conserva la extrañeza.
   d) Sí es posible, es una interacción fuerte, una producción asociada de partículas extrañas.

2. *a*) Falta un antibarión de carga negativa, no extraño, el antiprotón $\bar{p}$
   b) Falta un barión positivo, el protón p.
   c) Falta un antileptón de carga positiva, el positrón e^+.
   d) Falta un pión neutro, el π^o.

3. *a*) Sí es posible.
   b) $T_u = 905\ \text{MeV}$.

4. $T_u = 280\ \text{MeV}$.

5. *a*) $p_n = p_\pi = 28\ \text{MeV/c}$.
   b) $\operatorname{sen}\phi = 0$; $T_{\text{máx}} = 83\ \text{MeV}$; $T_{\text{mín}} = 55\ \text{MeV}$.

6. Suponemos $m_\nu = 0$; $\phi = 14,3^o$

7. *a*) $p_\mu = 30,3\ \text{MeV/c}$; $E_\mu = 109,3\ \text{MeV}$.

b) $E_e = 70$ MeV.

8. $m_K = 967\mathrm{m}_o$.

9. $T_u = 144,7$ MeV.

10. $\mathrm{T}_u = 279$ MeV.

11. $T_u = 962$ MeV.

12. $\tau = 4,75 \times 10^{-8}$ s.

    El pión recorrerá (en valor medio) casi el doble de lo que recorrería desde el punto de vista no relativista, por lo que en el diseño de aparatos para experimentos de alta energía hay que tener en cuenta la gran distancia recorrida antes de la desintegración.

ESQUEMAS DE DESINTEGRACIÓN

Para representar de una manera esquemática los detalles de las transiciones radiactivas que sufren los nucleidos inestables se utilizan los llamados diagramas o esquemas de desintegración.

En estos diagramas en el eje de ordenadas se representa la masa-energía y en el de abcisas el número atómico, Z.

Los niveles energéticos de los nucleidos se representan mediante trazos horizontales, siendo el trazo más grueso cuando se trata del nivel fundamental.

Al representar la transición entre un núcleo padre (mayor masa) a un núcleo hijo (menor masa), los niveles correspondientes al padre estarán por encima de los del hijo, ya que siempre $m_{\mathrm{p}} > m_{\mathrm{h}}$, para que la energía de la desintegración resulte positiva.

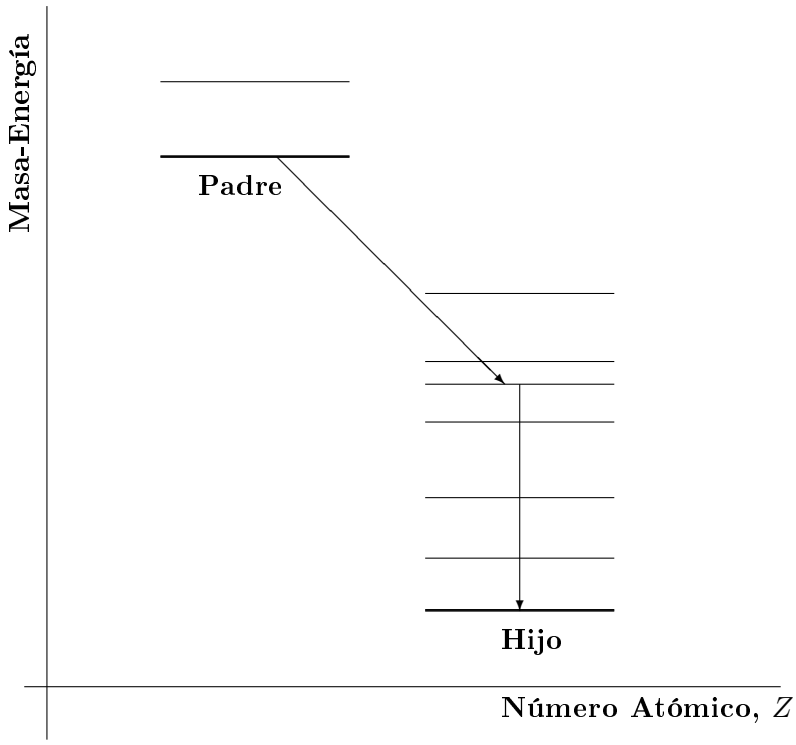
Los trazos del núcleo residual estarán desplazados hacia la derecha de los corresponedientes del núcleo precursor, si el proceso radiactivo conduce a la formación de un descendiente con número atómico mayor (β^-, ..), en el caso contrario aparecerá desplazado hacia la izquierda (β^+, α, C.E.,..).

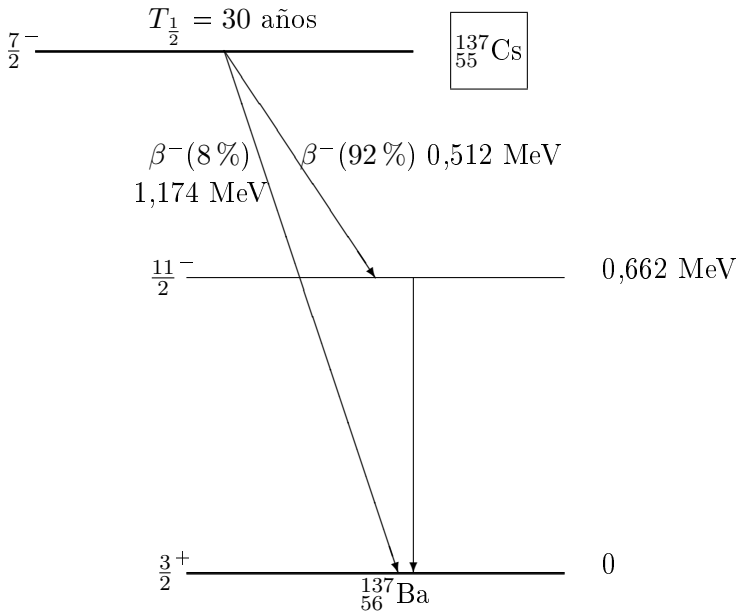
Las transiciones por emisión de partículas (entre distintos elementos) se simbolizan por flechas oblicuas, estas tienen origen en el nivel fundamental del núcleo padre (aunque hay casos que parten de algunos de sus niveles excitados), y acaban en alguno de los niveles energéticos del núcleo descendiente.

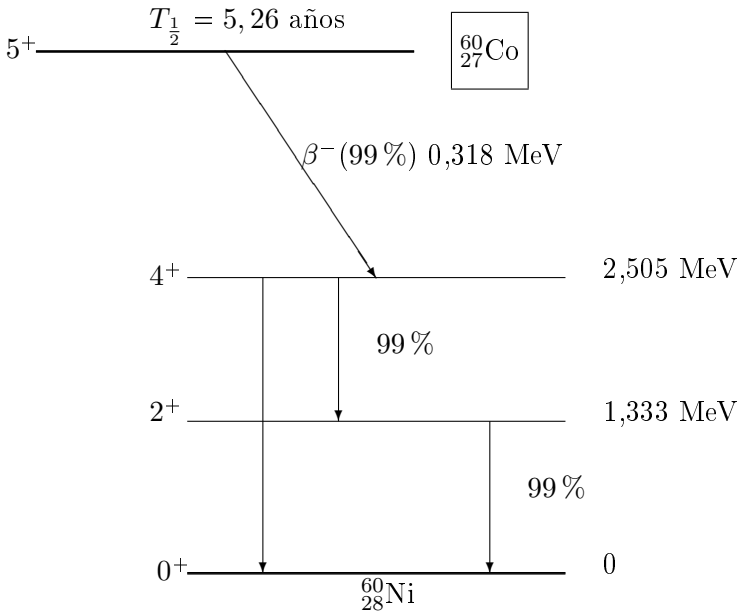
Las transiciones radiactivas entre distintos niveles energéticos de un mismo núcleo, se indican con flechas verticales (radiación γ).

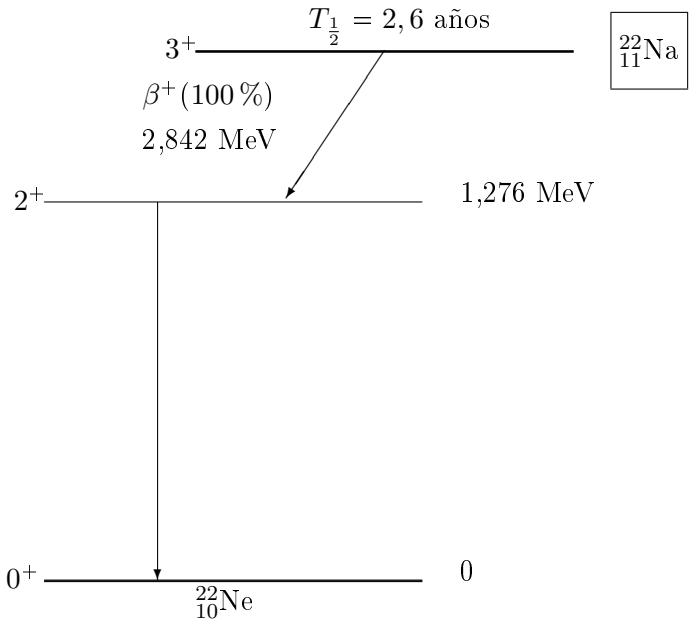
Además en los esquemas de desintegración aparecen otros datos de interés como puede ser el periodo de semidesintegración o la vida media, el tipo de desintegración radiactiva (puede, incluso, aparecer la probabilidad de emisión), la energía de los distintos niveles,paridad, espín, etc.

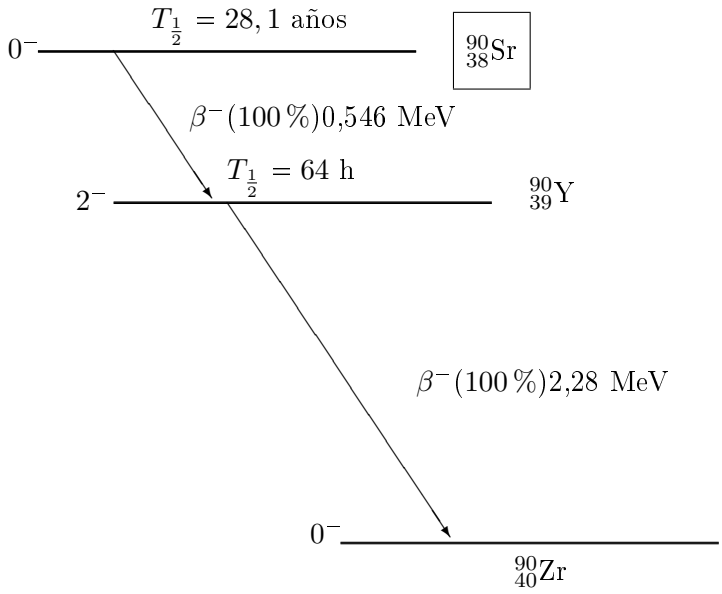
A la hora de representar estos esquemas no se suelen poner los ejes, se supone que se conocen.

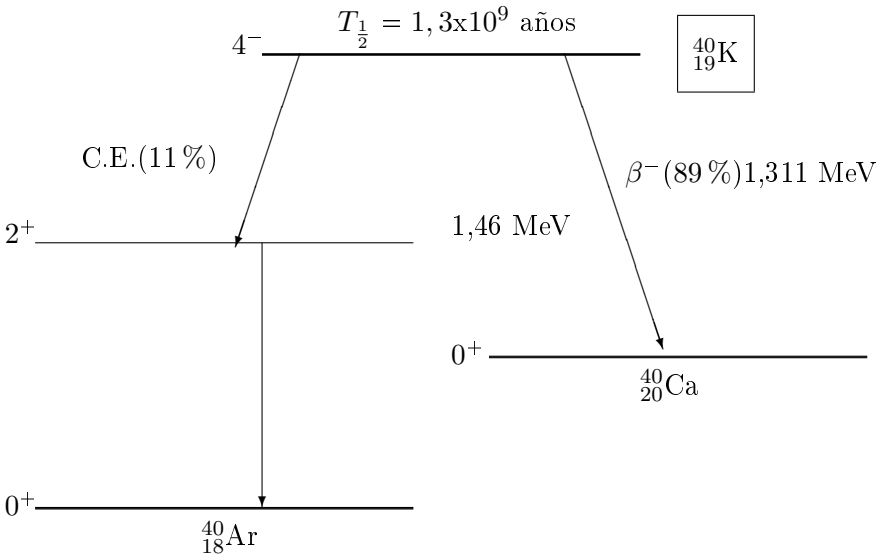

Masa-Energía
Padre
Hijo
Número Atómico, Z

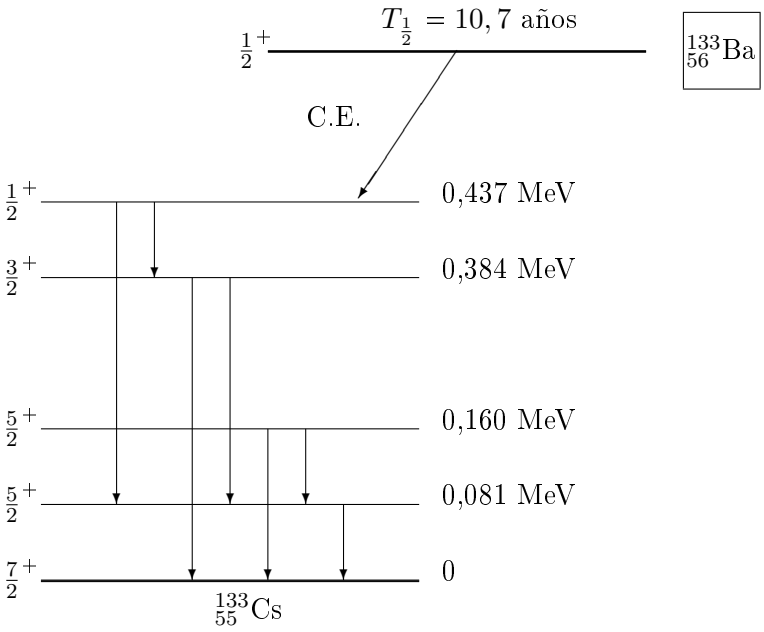

$T_{\frac{1}{2}} = 30$ años
$\frac{7}{2}^-$
$^{137}_{55}$Cs
$\beta^-(8\,\%)$
1,174 MeV
$\beta^-(92\,\%)$ 0,512 MeV
$\frac{11}{2}^-$
0,662 MeV
$\frac{3}{2}^+$
0
$^{137}_{56}$Ba


$T_{\frac{1}{2}} = 5,26$ años
5^+
$^{60}_{27}$Co
$\beta^-(99\,\%)$ 0,318 MeV
4^+
2,505 MeV
99 %
2^+
1,333 MeV
99 %
0^+
0
$^{60}_{28}$Ni


$T_{\frac{1}{2}} = 2,6$ años
3^+
$^{22}_{11}$Na
$\beta^+(100\,\%)$
2,842 MeV
2^+
1,276 MeV
0^+
0
$^{22}_{10}$Ne


$T_{\frac{1}{2}} = 28,1$ años
0^-
$^{90}_{38}$Sr
$\beta^-(100\,\%)0{,}546$ MeV
$T_{\frac{1}{2}} = 64$ h
2^-
$^{90}_{39}$Y
$\beta^-(100\,\%)2{,}28$ MeV
0^-
$^{90}_{40}$Zr


$T_{\frac{1}{2}} = 1,3\text{x}10^9$ años
4^-
$^{40}_{19}$K
C.E.(11 %)
β^-(89 %)1,311 MeV
2^+
1,46 MeV
0^+
$^{40}_{20}$Ca
0^+
$^{40}_{18}$Ar


$T_{\frac{1}{2}} = 10,7$ años
$\frac{1}{2}^+$
$^{133}_{56}$Ba
C.E.
$\frac{1}{2}^+$
0,437 MeV
$\frac{3}{2}^+$
0,384 MeV
$\frac{5}{2}^+$
0,160 MeV
$\frac{5}{2}^+$
0,081 MeV
$\frac{7}{2}^+$
0
$^{133}_{55}$Cs

APÉNDICE 2: PROPIEDADES NUCLEARES

La tabla siguiente consiste en una recopilación de las propiedades más importantres para algunos isótopos de todos los elementos. Aparece el número atómico del elemento , Z, la densidad, el número másico del correspondiente isótopo, A, el espín y la paridad del nivle fundamental, I^{π}, la masa atómica del nivel fundamental (obtenida de la recopilación de masas atómicas publicada en 1993, [16] en la bibliografía), la abundancia de los isótopos estables y el periodo de semidesintegración, $T_{\frac{1}{2}}$, de los isótopos inestables junto a su principal vía de desintegración (α, β^{-}, captura electrónica-C.E., fisión espontánea-f).

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
H	1	8,9	1	$\frac{1}{2}^+$	1,007825	99,985		
Hidrógeno			2	1^+	2,014102	0,015		
			3	$\frac{1}{2}^+$	3,016049		12,3 a	β^-
He	2	17,8	3	$\frac{1}{2}^+$	3,016029	$1{,}38\times10^{-4}$		
Helio			4	0^+	4,002603	99,99986		
Li	3	0,534	6	1^+	6,015122	7,5		
Litio			7	$\frac{3}{2}^-$	7,016004	92,5		
			8	2^+	8,022486		0,84 s	β^-
Be	4	1,85	7	$\frac{3}{2}^-$	7,016929		53,3 d	C.E.
Berilio			8	0^+	8,005305		0,07 fs	α
			9	$\frac{3}{2}^-$	9,012182	100		
			10	0^+	10,013534		1,6 Ma	β^-
			11	$\frac{1}{2}^+$	11,021658		13,8 s	β^-
B	5	2,45	8	2^+	8,024607		0,77 s	C.E.
Boro			9	$\frac{3}{2}^-$	9,013329		0,85 as	α
			10	3^+	10,012937	19,8		
			11	$\frac{3}{2}^-$	11,009305	80,2		
			12	1^+	12,014352		20,4 ms	β^-
			13	$\frac{3}{2}^-$	13,017780		17,4 ms	β^-
C	6	1,60	9	$\frac{3}{2}^-$	9,031040		0,13 s	C.E.
Carbono			10	0^+	10,016853		19,2 s	C.E.
			11	$\frac{3}{2}^-$	11,011433		20,4 m	C.E.
			12	0^+	12,000000	98,89		
			13	$\frac{1}{2}^-$	13,003355	1,11		
			14	0^+	14,003242		5730 a	β^-
			15	$\frac{1}{2}^+$	15,010599		2,45 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
N	7	0,0013	12	1^+	12,018613		11 ms	C.E.
Nitrógeno			13	$\frac{1}{2}^-$	13,005739		9,96 m	C.E.
			14	1^+	14,003074	99,63		
			15	$\frac{1}{2}^-$	15,000109	0,366		
			16	2^-	16,006100		7,13 s	β^-
			17	$\frac{1}{2}^-$	17,008450		4,17 s	β^-
			18	1^-	18,014082		0,63 s	β^-
O	8	0,0014	14	0^+	14,008595		71 s	C.E.
Oxígeno			15	$\frac{1}{2}^-$	15,003065		122 s	C.E.
			16	0^+	15,994915	99,76		
			17	$\frac{5}{2}^+$	16,999131	0,038		
			18	0^+	17,999160	0,204		
			19	$\frac{5}{2}^+$	19,003577		26,9 s	β^-
			20	0^+	20,004076		13,5 s	β^-
F	9	0,0017	17	$\frac{5}{2}^+$	17,002095		64,5 s	C.E.
Flúor			18	1^+	18,000938		110 m	C.E.
			19	$\frac{1}{2}^+$	18,998403	100		
			20	2^+	19,999981		11 s	β^-
			21	$\frac{5}{2}^+$	20,999949		4,3 s	β^-
			22	$(3, 4)^+$	22,002999		4,2 s	β^-
			23	$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)^+$	23,003570		2,2 s	β^-
Ne	10	0,0009	17	$\frac{1}{2}^-$	17,017700		0,11 s	C.E.
Neon			18	0^+	18,005710		1,7 s	C.E.
			19	$\frac{1}{2}^+$	19,001880		17,3 s	C.E.
			20	0^+	19,992440	90,51		
			21	$\frac{3}{2}^+$	20,993847	0,27		
			22	0^+	21,991385	9,22		
			23	$\frac{5}{2}^+$	22,994467		37,6 s	β^-
			24	0^+	23,993615		3,4 m	β^-
			25	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)^+$	24,997790		0,60 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Na	11	0,971	20	2^+	20,007348		0,45 s	C.E.
Sodio			21	$\frac{3}{2}^+$	20,997655		22,5 s	C.E.
			22	3^+	21,994437		2,60 a	C.E.
			23	$\frac{3}{2}^+$	22,989770	100		
			24	4^+	23,990963		15,0 h	β^-
			25	$\frac{5}{2}^+$	24,989954		60 s	β^-
			26	3^+	25,992590		1,1 s	β^-
			27	$\frac{5}{2}^+$	26,994010		0,30 s	β^-
Mg	12	1,74	21	$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)^+$	21,011714		0,123 s	C.E.
Magnesio			22	0^+	21,999574		3,86 s	C.E.
			23	$\frac{3}{2}^+$	22,994125		11,3 s	C.E.
			24	0^+	23,985042	78,99		
			25	$\frac{5}{2}^+$	24,985837	10,00		
			26	0^+	25,982593	11,01		
			27	$\frac{1}{2}^+$	26,984341		9,46 m	β^-
			28	0^+	27,983877		21,0 h	β^-
			29	$\frac{3}{2}^+$	28,988550		1,4 s	β^-
Al	13	2,699	24	4^+	23,999941		2,07 s	C.E.
Aluminio			25	$\frac{5}{2}^+$	24,990429		7,18 s	C.E.
			26	5^+	25,986892		0,72 Ma	C.E.
			27	$\frac{5}{2}^+$	26,981538	100		
			28	3^+	27,981910		2,24 m	β^-
			29	$\frac{5}{2}^+$	28,980445		6,6 m	β^-
			30	3^+	29,982960		3,7 s	β^-
Si	14	2,42	26	0^+	25,992330		2,21 s	C.E.
Silicio			27	$\frac{5}{2}^+$	26,986704		4,13 s	C.E.
			28	0^+	27,976927	92,23		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			29	$\frac{1}{2}^+$	28,976495	4,67		
			30	0^+	29,973770	3,10		
			31	$\frac{3}{2}^+$	30,975363		2,62 h	β^-
			32	0^+	31,974148		105 a	β^-
			33	$(\frac{3}{2}^+)$	32,998001		6,2 s	β^-
P	15	1,82	29	$\frac{1}{2}^+$	28,981801		4,1 s	C.E.
Fósforo			30	1^+	29,9783214		2,50 m	C.E.
			31	$\frac{1}{2}^+$	30,973762	100		
			32	1^+	31,973907		14,3 d	β^-
			33	$\frac{1}{2}^+$	32,971725		25,3 d	β^-
			34	1^+	33,973636		12,4 s	β^-
S	16	2,07	30	0^+	29,984903		1,2 s	C.E.
Azufre			31	$\frac{1}{2}^+$	30,979554		2,6 s	C.E.
			32	0^+	31,972070	95,02		
			33	$\frac{3}{2}^+$	32,971458	0,75		
			34	0^+	33,967867	4,21		
			35	$\frac{3}{2}^+$	34,969032		87,4 d	β^-
			36	0^+	35,967081	0,017		
			37	$\frac{7}{2}^-$	36,971126		5,0 m	β^-
			38	0^+	37,971163		170 m	β^-
Cl	17	0,0032	33	$\frac{3}{2}^+$	32,977452		2,51 s	C.E.
Cloro			34	0^+	33,973763		1,53 s	C.E.
			35	$\frac{3}{2}^+$	34,968853	75,77		
			36	2^+	35,968307		0,30 Ma	β^-
			37	$\frac{3}{2}^+$	36,965903	24,23		
			38	2^-	37,968011		37,3 m	β^-
			39	$\frac{3}{2}^+$	38,968008		56 m	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			40	2^-	39,970420		1,35 m	β^-
			41	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})^+$	40,970650		31 s	β^-
Ar	18	0,0018	34	0^+	33,980270		0,844 s	C.E.
Argon			35	$\frac{3}{2}^+$	34,975256		1,78 s	C.E.
			36	0^+	35,967546	0,337		
			37	$\frac{3}{2}^+$	36,966776		35,0 d	C.E.
			38	0^+	37,962732	0,063		
			39	$\frac{7}{2}^-$	38,964313		269 a	β^-
			40	0^+	39,962383	99,60		
			41	$\frac{7}{2}^-$	40,964501		1,83 h	β^-
			42	0^+	41,963050		33 a	β^-
			43		42,965670		5,4 m	β^-
			44	0^+	43,965365		11,9 m	β^-
K	19	0,87	37	$\frac{3}{2}^+$	36,973377		1,23 s	C.E.
Potasio			38	3^+	37,969080		7,61 m	C.E.
			39	$\frac{3}{2}^+$	38,963707	93,26		
			40	4^-	39,963999		1,28 Ga	β^-
			41	$\frac{3}{2}^-$	40,961826	6,73		
			42	2^-	41,962403		12,4 h	β^-
			43	$\frac{3}{2}^-$	42,960716		22,3 h	β^-
			44	2^-	43,961560		22,1 m	β^-
			45	$\frac{3}{2}^+$	44,960700		17 m	β^-
			46	(2^-)	45,961976		115 s	β^-
			47	$\frac{1}{2}^+$	46,961678		17,5 s	β^-
Ca	20	1,55	38	0^+	37,976319		0,44 s	C.E.
Calcio			39	$\frac{3}{2}^+$	38,970718		0,86 s	C.E.
			40	0^+	39,962591	96,94		
			41	$\frac{7}{2}^-$	40,962278		0,10 Ma	C.E.
			42	0^+	41,958618	0,647		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			43	$\frac{7}{2}^-$	42,958767	0,135		
			44	0^+	43,955481	2,09		
			45	$\frac{7}{2}^-$	44,956186		165 d	β^-
			46	0^+	45,953692	0,0035		
			47	$\frac{7}{2}^-$	46,954546		4,54 d	β^-
			48	0^+	47,952533	0,187		
			49	$\frac{3}{2}^-$	48,955673		8,72 m	β^-
			50	0^+	49,957518		14 s	β^-
Sc	21	2,5	42	0^+	41,965517		0,68 s	C.E.
Escandio			43	$\frac{7}{2}^-$	42,961151		3,89 h	C.E.
			44	2^+	43,959403		3,93 h	C.E.
			45	$\frac{7}{2}^-$	44,955910	100		
			46	4^+	45,955170		83,8 d	β^-
			47	$\frac{7}{2}^-$	46,952408		3,35 d	β^-
			48	6^+	47,952235		43,7 h	β^-
			49	$\frac{7}{2}^-$	48,950024		57,0 m	β^-
			50	5^+	49,952187		1,71 m	β^-
Ti	22	4,5	43	$\frac{7}{2}^-$	42,968523		0,51 s	C.E.
Titanio			44	0^+	43,959690		54 a	C.E.
			45	$\frac{7}{2}^-$	44,958124		3,09 h	C.E.
			46	0^+	45,952629	8,2		
			47	$\frac{7}{2}^-$	46,951764	7,4		
			48	0^+	47,947947	73,7		
			49	$\frac{7}{2}^-$	48,947871	5,4		
			50	0^+	49,944792	5,2		
			51	$\frac{3}{2}^-$	50,946616		5,80 m	β^-
			52	0^+	51,946898		1,7 m	β^-
			53	$(\frac{3}{2}^-)$	52,949730		33 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
V	23	5,96	46	0^+	45,960199		0,42 s	C.E.
Vanadio			47	$\frac{3}{2}^-$	46,954906		32,6 m	C.E.
			48	4^+	47,952254		16,0 d	C.E.
			49	$\frac{7}{2}^-$	48,948517		330 d	C.E.
			50	6^+	49,947163	0,250		
			51	$\frac{7}{2}^-$	50,943963	99,750		
			52	3^+	51,944779		3,76 m	β^-
			53	$\frac{7}{2}^-$	52,944342		1,6 m	β^-
			54	$(3,4,5)^+$	53,946444		50 s	β^-
Cr	24	7,1	46	0^+	45,968362		0,26 s	C.E.
Cromo			47	$\frac{3}{2}^-$	46,962906		0,51 s	C.E.
			48	0^+	47,954036		21,6 h	C.E.
			49	$\frac{5}{2}^-$	48,951341		41,9 m	C.E.
			50	0^+	49,946049	4,35		
			51	$\frac{7}{2}^-$	50,944771		27,7 d	C.E.
			52	0^+	51,940511	83,79		
			53	$\frac{3}{2}^-$	52,940653	9,50		
			54	0^+	53,938884	2,36		
			55	$\frac{3}{2}^-$	54,940843		3,50 m	β^-
			56		55,940645		5,9 m	β^-
Mn	25	7,2	50	0^+	49,954244		0,28 s	C.E.
Manganeso			51	$\frac{5}{2}^-$	50,948215		46,2 m	C.E.
			52	6^+	51,945570		5,59 d	C.E.
			53	$\frac{7}{2}^-$	52,941294		3,7 Ma	C.E.
			54	3^+	53,940363		312 d	C.E.
			55	$\frac{5}{2}^-$	54,938049	100		
			56	3^+	55,938909		2,58 h	β^-
			57	$\frac{5}{2}^-$	56,938287		1,6 m	β^-
			58	3^+	57,939990		65 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Fe	26	7,86	51	$(\frac{5}{2}^-)$	50,956825		0,25 s	C.E.
Hierro			52	0^+	51,948116		8,27 h	C.E.
			53	$\frac{7}{2}^-$	52,945312		8,51 m	C.E.
			54	0^+	53,939615	5,8		
			55	$\frac{3}{2}^-$	54,938298		2,7 a	C.E.
			56	0^+	55,934942	91,8		
			57	$\frac{1}{2}^-$	56,935398	2,15		
			58	0^+	57,933280	0,29		
			59	$\frac{3}{2}^-$	58,934880		44,6 d	β^-
			60	0^+	59,934077		1,5 Ma	β^-
			61	$(\frac{3}{2},\frac{5}{2})^-$	60,936749		6,0 m	β^-
			62	0^+	61,936770		68 s	β^-
Co	27	8,9	54	0^+	53,948464		0,19 s	C.E.
Cobalto			55	$\frac{7}{2}^-$	54,942003		17,5 h	C.E.
			56	4^+	55,939844		78,8 d	C.E.
			57	$\frac{7}{2}^-$	56,936296		271 d	C.E.
			58	2^+	57,935757		70,8 d	C.E.
			59	$\frac{7}{2}^-$	58,933199	100		
			60	5^+	59,933822		5,27 a	β^-
			61	$\frac{7}{2}^-$	60,932479		1,65 h	β^-
			62	2^+	61,934054		1,5 m	β^-
			63	$(\frac{7}{2}^-)$	62,933615		27,5 m	β^-
Ni	28	8,90	55	$\frac{7}{2}^-$	54,951336		0,19 s	β^-
Níquel			56	0^+	55,942136		6,10 d	C.E.
			57	$\frac{3}{2}^-$	56,939800		36,0 h	C.E.
			58	0^+	57,935348	68,3		
			59	$\frac{3}{2}^-$	58,934351		0,075 Ma	C.E.
			60	0^+	59,930790	26,1		
			61	$\frac{3}{2}^-$	60,931060	1,13		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			62	0^+	61,928348	3,59		
			63	$\frac{1}{2}^-$	62,929673		100 a	β^-
			64	0^+	63,927969	0,91		
			65	$\frac{5}{2}^-$	64,930088		2,52 h	β^-
			66	0^+	65,929115		54,8 h	β^-
			67		66,931569		21 s	β^-
Cu	29	8,94	59	$\frac{3}{2}^-$	58,939503		82 s	C.E.
Cobre			60	2^+	59,937368		23,4 m	C.E.
			61	$\frac{3}{2}^-$	60,933461		3,41 h	C.E.
			62	1^+	61,932587		9,73 m	C.E.
			63	$\frac{3}{2}^-$	62,929600	69,2		
			64	1^+	63,929767		12,7 h	C.E.
			65	$\frac{3}{2}^-$	64,927793	30,8		
			66	1^+	65,928873		5,10 m	β^-
			67	$\frac{3}{2}^-$	66,927750		61,9 h	β^-
			68	1^+	67,929640		31 s	β^-
Zn	30	7,14	61	$\frac{3}{2}^-$	60,939513		89 s	C.E.
Zinc			62	0^+	61,934334		9,2 h	C.E.
			63	$\frac{5}{2}^-$	62,933215		38,1 m	C.E.
			64	0^+	63,929146	48,6		
			65	$\frac{5}{2}^-$	64,929245		244 d	C.E.
			66	0^+	65,926036	27,9		
			67	$\frac{5}{2}^-$	66,927130	4,10		
			68	0^+	67,924847	18,8		
			69	$\frac{1}{2}^-$	68,926553		56 m	β^-
			70	0^+	69,925325	0,62		
			71	$\frac{1}{2}^-$	70,927727		2,4 m	β^-
			72	0^+	71,926863		46,5 h	β^-
			73	$(\frac{3}{2}^-)$	72,929780		24 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Ga	31	5,91	64	0^+	63,936838		2,6 m	C.E.
Galio			65	$\frac{3}{2}^-$	64,932739		15,2 m	C.E.
			66	0^+	65,931592		9,4 h	C.E.
			67	$\frac{3}{2}^-$	66,928204		78,3 h	C.E.
			68	1^+	67,927983		68,1 m	C.E.
			69	$\frac{3}{2}^-$	68,925581	60,1		
			70	1^+	69,926027		21,1 m	β^-
			71	$\frac{3}{2}^-$	70,924707	39,9		
			72	3^-	71,926371		14,1 h	β^-
			73	$\frac{3}{2}^-$	72,925170		4,87 h	β^-
			74	$(4)^-$	73,926940		8,1 m	β^-
			75	$\frac{3}{2}^-$	74,926501		2,1 m	β^-
Ge	32	5,36	66	0^+	65,933850		2,3 h	C.E.
Germanio			67	$(\frac{1}{2}^-)$	66,932738		19,0 m	C.E.
			68	0^+	67,928097		271 d	C.E.
			69	$\frac{5}{2}^-$	68,927972		39,0 h	C.E.
			70	0^+	69,924250	20,5		
			71	$\frac{1}{2}^-$	70,924954		11,2 d	C.E.
			72	0^+	71,922076	27,4		
			73	$\frac{9}{2}^-$	72,923459	7,8		
			74	0^+	73,921178	36,5		
			75	$\frac{1}{2}^-$	74,922859		82 ,8 m	β^-
			76	0^+	75,921402	7,8		
			77	$\frac{7}{2}^+$	76,923548		11,3 h	β^-
			78	0^+	77,922853		1,45 h	β^-
			79	$(\frac{1}{2}^-)$	78,925400		19 s	β^-
As	33	5,73	70	4^+	69,930930		53 m	C.E.
Arsénico			71	$\frac{5}{2}^-$	70,927114		61 h	C.E.
			72	2^-	71,926753		26,0 h	C.E.
			73	$\frac{3}{2}^-$	72,923825		80,3 d	C.E.

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			74	2^-	73,923929		17,8 d	C.E.
			75	$\frac{3}{2}^-$	74,921597	100		
			76	2^-	75,922394		26,3 h	β^-
			77	$\frac{3}{2}^-$	76,920648		38,8 h	β^-
			78	(2^-)	77,921829		91 m	β^-
			79	$\frac{3}{2}^-$	78,920949		9,0 m	β^-
Se	34	4,8	71	$\frac{5}{2}^-$	70,931870		4,7 m	C.E.
Selenio			72	0^+	71,927112		8,4 d	C.E.
			73	$\frac{9}{2}^+$	72,926767		7,1 h	C.E.
			74	0^+	73,922476	0,87		
			75	$\frac{5}{2}^+$	74,922524		119,8 d	C.E.
			76	0^+	75,919214	9,0		
			77	$\frac{1}{2}^-$	76,919914	7,6		
			78	0^+	77,917310	23,5		
			79	$\frac{7}{2}^+$	78,918500		<0,065 Ma	β^-
			80	0^+	79,916522	49,8		
			81	$(\frac{1}{2}^-)$	80,917993		18,5 m	β^-
			82	0^+	81,916700	9,2		
			83	$(\frac{9}{2}^+)$	82,919119		22,5 m	β^-
			84	0^+	83,918465		3,3 m	β^-
Br	35	3,12	76	1^-	75,924542		16,1 h	C.E.
Bromo			77	$\frac{3}{2}^-$	76,921380		57,0 h	C.E.
			78	1^-	77,921146		6,46 m	C.E.
			79	$\frac{3}{2}^-$	78,918338	50,69		
			80	1^+	79,918530		17,6 m	β^-
			81	$\frac{3}{2}^-$	80,916291	49,31		
			82	5^-	81,916805		35,3 h	β^-
			83	$(\frac{3}{2}^-)$	82,915181		2,39 h	β^-
			84	2^-	83,916505		31,8 m	β^-
			85	$(\frac{3}{2}^-)$	84,915611		2,9 m	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Kr	36	0,0037	75	?	74,931035		4,3 m	C.E.
Cripton			76	0^+	75,925950		14,8 h	C.E.
			77	$\frac{5}{2}^+$	76,924669		75 m	C.E.
			78	0^+	77,920388	0,356		
			79	$\frac{1}{2}^-$	78,920083		35,0 h	C.E.
			80	0^+	79,916379	2,27		
			81	$\frac{7}{2}^+$	80,916593		0,21 Ma	C.E.
			82	0^+	81,913485	11,6		
			83	$\frac{9}{2}^+$	82,914137	11,5		
			84	0^+	83,911508	57,0		
			85	$\frac{9}{2}^+$	84,912530		10,7 a	β^-
			86	0^+	85,910615	17,3		
			87	$\frac{5}{2}^+$	86,913359		76 m	β^-
			88	0^+	87,914452		2,84 h	β^-
			89	$(\frac{7}{2}^+)$	88,917640		3,18 m	β^-
Rb	37	1,53	82	1^+	81,918210		1,25 m	C.E.
Rubidio			83	$\frac{5}{2}^-$	82,915114		86,2 d	C.E.
			84	2^-	83,914387		32,9 d	C.E.
			85	$\frac{5}{2}^-$	84,911792	72,17		
			86	2^-	85,911170		18,8 d	β^-
			87	$\frac{3}{2}^-$	86,909186	27,83		
			88	2^-	87,911323		17,8 m	β^-
			89	$(\frac{3}{2}^-)$	88,912288		15,2 m	β^-
			90	(1^-)	89,914813		153 s	β^-
Sr	38	2,54	81	$(\frac{1}{2}^-)$	80,923216		22 m	C.E.
Estroncio			82	0^+	81,918404		25,0 d	C.E.
			83	$\frac{7}{2}^+$	82,917557		32,4 d	C.E.
			84	0^+	83,913426	0,56		
			85	$\frac{9}{2}^+$	84,912936		64,8 d	C.E.
			86	0^+	85,909265	9,8		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			87	$\frac{9}{2}^+$	86,908882	7,0		
			88	0^+	87,905617	82,6		
			89	$\frac{5}{2}^+$	88,907455		50,5 d	β^-
			90	0^+	89,907799		28,8 a	β^-
			91	$(\frac{5}{2}^+)$	90,910199		9,5 h	β^-
			92	0^+	91,910982		2,7 h	β^-
			93	$(\frac{7}{2}^+)$	92,913943		7,4 m	β^-
Y	39	5,51	84	(5^-)	83,920310		39 m	C.E.
Itrio			85	$(\frac{1}{2}^-)$	84,916430		2,7 h	C.E.
			86	4^-	85,914890		14,7 h	C.E.
			87	$\frac{1}{2}^-$	86,910880		80,3 h	C.E.
			88	2^-	87,909506		106,6 d	C.E.
			89	$\frac{1}{2}^-$	88,905849	100		
			90	2^-	89,907152		64,1 h	β^-
			91	$\frac{1}{2}^-$	90,907301		58,5 d	β^-
			92	2^-	91,908931		3,54 h	β^-
			93	$\frac{1}{2}^-$	92,909559		10,2 h	β^-
			94	2^-	93,911595		18,7 m	β^-
Zr	40	6,4	87	$(\frac{9}{2}^+)$	86,914815		1,6 h	C.E.
Circonio			88	0^+	87,910225		83,4 d	C.E.
			89	$\frac{9}{2}^+$	88,908889		78,4 h	C.E.
			90	0^+	89,904702	51,5		
			91	$\frac{5}{2}^+$	90,905643	11,2		
			92	0^+	91,905039	17,1		
			93	$\frac{5}{2}^+$	92,906474		1,5 Ma	β^-
			94	0^+	93,906314	17,4		
			95	$\frac{5}{2}^+$	94,908041		64,0 d	β^-
			96	0^+	95,908275	2,80		
			97	$\frac{1}{2}^+$	96,910950		16,9 h	β^-
			98	0^+	97,912757		31 s	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Nb	41	8,4	89	$(\frac{1}{2}^-)$	88,913490		2,0 h	C.E.
Niobio			90	8^+	89,911263		14,6 h	C.E.
			91	$(\frac{9}{2}^+)$	90,906989		100 a	C.E.
			92	$(7)^+$	91,907192		35 Ma	C.E.
			93	$\frac{9}{2}^+$	92,906376	100		
			94	6^+	93,907282		0,020 Ma	β^-
			95	$\frac{9}{2}^+$	94,906834		35,0 d	β^-
			96	6^+	95,908099		23,4 h	β^-
			97	$\frac{9}{2}^+$	96,908096		72 m	β^-
Mo	42	10,2	90	0^+	89,913935		5,67 h	C.E.
Molibdeno			91	$\frac{9}{2}^+$	90,911749		15,5 m	C.E.
			92	0^+	91,906810	14,8		
			93	$\frac{5}{2}^+$	92,906811		3500 a	C.E.
			94	0^+	93,905087	9,3		
			95	$\frac{5}{2}^+$	94,905841	15,9		
			96	0^+	95,904678	16,7		
			97	$\frac{5}{2}^+$	96,906020	9,6		
			98	0^+	97,905407	24,1		
			99	$\frac{1}{2}^+$	98,907711		66,0 h	β^-
			100	0^+	99,907476	9,6		
			101	$\frac{1}{2}^+$	100,910346		14,6 m	β^-
Tc	43		94	7^+	93,909655		293 m	C.E.
Tecnecio			95	$\frac{9}{2}^+$	94,907656		20,0 h	C.E.
			96	7^+	95,907870		4,3 d	C.E.
			97	$\frac{9}{2}^+$	96,906364		2,6 Ma	C.E.
			98	$(6)^+$	97,907215		4,2 Ma	β^-
			99	$\frac{9}{2}^+$	98,906254		0,214 Ma	β^-
			100	1^+	99,907657		15,8 s	β^-
Ru	44	12,2	94	0^+	93,911365		52 m	C.E.
Rutenio			95	$\frac{5}{2}^+$	94,910418		1,65 h	C.E.

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			96	0^+	95,907604	5,5		
			97	$\frac{5}{2}^+$	96,907560		2,88 d	C.E.
			98	0^+	97,905287	1,86		
			99	$\frac{5}{2}^+$	98,905939	12,7		
			100	0^+	99,904219	12,6		
			101	$\frac{5}{2}^+$	100,905582	17,0		
			102	0^+	101,904348	31,6		
			103	$\frac{3}{2}^+$	102,906323		39,4 d	β^-
			104	0^+	103,905430	18,7		
			105	$\frac{3}{2}^+$	104,907750		4,44 h	β^-
			106	0^+	105,907327		372 d	β^-
			107	$(\frac{5}{2}^+)$	106,909910		3,8 m	β^-
Rh	45	12,5	98	$(2)^+$	97,910716		8,7 m	C.E.
Rodio			99	$(\frac{1}{2}^-)$	98,908196		16,1 d	C.E.
			100	1^-	99,908116		20,8 h	C.E.
			101	$\frac{1}{2}^-$	100,906163		3,3 a	C.E.
			102	6^+	101,906842		2,9 a	C.E.
			103	$\frac{1}{2}^-$	102,905504	100		
			104	1^+	103,906655		42,3 s	β^-
			105	$\frac{7}{2}^+$	104,905692		35,4 h	β^-
			106	1^+	105,907285		29,8 s	β^-
Pd	46	12,16	99	$(\frac{5}{2}^+)$	98,911809		21,4 m	C.E.
Paladio			100	0^+	99,908505		3,6 d	C.E.
			101	$\frac{5}{2}^+$	100,908289		8,5 h	C.E.
			102	0^+	101,905607	1,0		
			103	$\frac{5}{2}^+$	102,906087		17,0 d	C.E.
			104	0^+	103,904034	11,0		
			105	$\frac{5}{2}^+$	104,905083	22,2		
			106	0^+	105,903484	27,3		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			107	$\frac{5}{2}^+$	106,905129		6,5 Ma	β^-
			108	0^+	107,903895	26,7		
			109	$\frac{5}{2}^+$	108,905954		13,4 h	β^-
			110	0^+	109,905153	11,8		
			111	$\frac{5}{2}^+$	110,907640		23 m	β^-
			112	0^+	111,907314		21,0 h	β^-
Ag	47	10,5	103	$\frac{7}{2}^+$	102,908972		65,7 m	C.E.
Plata			104	5^+	103,908627		69,2 m	C.E.
			105	$\frac{1}{2}^-$	104,906528		41,3 d	C.E.
			106	1^+	105,906667		24,0 m	C.E.
			107	$\frac{1}{2}^-$	106,905093	51,83		
			108	1^+	107,905954		2,4 m	β^-
			109	$\frac{1}{2}^-$	108,904756	48,17		
			110	1^+	109,906111		24,4 s	β^-
			111	$\frac{1}{2}^-$	110,905295		7,45 d	β^-
			112	2^-	111,907005		3,14 h	β^-
Cd	48	8,65	104	0^+	103,909848		58 m	C.E.
Cadmio			105	$\frac{5}{2}^+$	104,909468		56,0 m	C.E.
			106	0^+	105,906458	1,25		
			107	$\frac{5}{2}^+$	106,906614		6,50 h	C.E.
			108	0^+	107,904183	0,89		
			109	$\frac{5}{2}^+$	108,904985		463 d	C.E.
			110	0^+	109,903006	12,5		
			111	$\frac{1}{2}^+$	110,904182	12,8		
			112	0^+	111,902758	24,1		
			113	$\frac{1}{2}^+$	112,904401	12,2		
			114	0^+	113,903359	28,7		
			115	$\frac{1}{2}^+$	114,905431		53,4 h	β^-
			116	0^+	115,904756	7,5		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			117	$\frac{1}{2}^+$	116,907219		2,4 h	β^-
			118	0^+	117,906915		50,3 m	β^-
In	49	7,28	110	2^+	109,907169		69,1 m	C.E.
Indio			111	$\frac{9}{2}^+$	110,905112		2,83 d	C.E.
			112	1^+	111,905534		14,4 m	C.E.
			113	$\frac{9}{2}^+$	112,904062	4,3		
			114	1^+	113,904918		71,9 s	β^-
			115	$\frac{9}{2}^+$	114,903879	95,7		
			116	1^+	115,905261		14,1 s	β^-
			117	$\frac{9}{2}^+$	116,904517		43,8 m	β^-
Sn	50	6,5	109	$\frac{7}{2}^+$	108,911288		18,0 m	C.E.
Estaño			110	0^+	109,907854		4,1 h	C.E.
			111	$\frac{7}{2}^+$	110,907736		35 m	C.E.
			112	0^+	111,904822	1,01		
			113	$\frac{1}{2}^+$	112,905174		115,1 d	C.E.
			114	0^+	113,902783	0,67		
			115	$\frac{1}{2}^+$	114,903347	0,38		
			116	0^+	115,901745	14,6		
			117	$\frac{1}{2}^+$	116,902955	7,75		
			118	0^+	117,901608	24,3		
			119	$\frac{1}{2}^+$	118,903311	8,6		
			120	0^+	119,902199	32,4		
			121	$\frac{3}{2}^+$	120,904239		27,1 h	β^-
			122	0^+	121,903441	4,56		
			123	$\frac{11}{2}^+$	122,905723		129 d	β^-
			124	0^+	123,905274	5,64		
			125	$\frac{11}{2}^+$	124,907785		9,62 d	β^-
			126	0^+	125,907654		0,1 Ma	β^-
			127	$(\frac{11}{2}^-)$	126,910350		2,1 h	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Sb	51	6,69	118	1^+	117,905533		3,6 m	C.E.
Antimonio			119	$\frac{5}{2}^+$	118,903948		38,0 h	C.E.
			120	1^+	119,905076		15,8 m	C.E.
			121	$\frac{5}{2}^+$	120,903822	57,3		
			122	2^-	121,905180		2,70 d	β^-
			123	$\frac{7}{2}^+$	122,904216	42,7		
			124	3^-	123,905938		60,2 d	β^-
			125	$\frac{7}{2}^+$	124,905247		2,7 a	β^-
			126	8^-	125,907250		12,4 d	β^-
			127	$\frac{7}{2}^+$	126,906914		3,85 d	β^-
Te	52	6,24	117	$\frac{1}{2}^+$	116,908636		62 m	C.E.
Telurio			118	0^+	117,905932		6,00 d	C.E.
			119	$\frac{1}{2}^+$	118,906410		16,0 h	C.E.
			120	0^+	119,904026	0,091		
			121	$\frac{1}{2}^+$	120,904935		16,8 d	C.E.
			122	0^+	121,903056	2,5		
			123	$\frac{1}{2}^+$	122,904271	0,89		
			124	0^+	123,902819	4,6		
			125	$\frac{1}{2}^+$	124,904424	7,0		
			126	0^+	125,903304	18,7		
			127	$\frac{3}{2}^+$	126,905217		9,4 h	β^-
			128	0^+	127,904461	31,7		
			129	$\frac{3}{2}^+$	128,906596		69 m	β^-
			130	0^+	129,906223	34,5		
			131	$\frac{3}{2}^+$	130,908522		25,0 m	β^-
			132	0^+	131,908524		78,2 h	β^-
			133	$(\frac{3}{2}^+)$	132,910940		12,5 m	β^-
I	53	4,93	123	$\frac{5}{2}^+$	122,905605		13,2 h	C.E.
Yodo			124	2^-	123,906211		4,18 d	C.E.
			125	$\frac{5}{2}^+$	124,904624		60,2 d	C.E.

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			126	2^-	125,905619		13,0 d	C.E.
			127	$\frac{5}{2}^+$	126,904468	100		
			128	1^+	127,905805		25,0 m	β^-
			129	$\frac{7}{2}^+$	128,904988		16 Ma	β^-
			130	5^+	129,906674		12,4 h	β^-
			131	$\frac{7}{2}^+$	130,906125		8,04 d	β^-
			132	4^+	131,907995		2,30 h	β^-
Xe	54	0,0059	121	$\left(\frac{5}{2}^+\right)$	120,911379		40,1 m	C.E.
Xenon			122	0^+	121,908560		20,1 h	C.E.
			123	$\left(\frac{1}{2}^+\right)$	122,908477		2,08 h	C.E.
			124	0^+	123,905895	0,096		
			125	$\left(\frac{1}{2}^+\right)$	124,906398		17 h	C.E.
			126	0^+	125,904268	0,090		
			127	$\left(\frac{1}{2}^+\right)$	126,905179		36,4 d	C.E.
			128	0^+	127,903530	1,92		
			129	$\frac{1}{2}^+$	128,904780	26,4		
			130	0^+	129,903509	4,1		
			131	$\frac{3}{2}^+$	130,905083	21,2		
			132	0^+	131,904155	26,9		
			133	$\frac{3}{2}^+$	132,905906		5,25 d	β^-
			134	0^+	133,905395	10,4		
			135	$\frac{3}{2}^+$	134,907208		9,1 h	β^-
			136	0^+	135,907220	8,9		
			137	$\frac{7}{2}^-$	136,911563		3,82 m	β^-
Cs	55	1,873	130	1^+	129,906711		29,2 m	C.E.
Cesio			131	$\frac{5}{2}^+$	130,905460		9,69 d	C.E.
			132	2^-	131,906430		6,47 d	C.E.
			133	$\frac{7}{2}^+$	132,905447	100		
			134	4^+	133,906714		2,06 a	β^-
			135	$\frac{7}{2}^+$	134,905972		3 Ma	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			136	5^+	135,907307		13,1 d	β^-
			137	$\frac{7}{2}^+$	136,907085		30,2 a	β^-
			138	3^-	137,911011		32,2 m	β^-
Ba	56	3,5	127	$\left(\frac{1}{2}^+\right)$	126,911120		12,7 m	C.E.
Bario			128	0^+	127,908209		2,43 d	C.E.
			129	$\frac{1}{2}^+$	128,908675		2,2 h	C.E.
			130	0^+	129,906311	0,106		
			131	$\frac{1}{2}^+$	130,906931		12,0 d	C.E.
			132	0^+	131,905056	0,101		
			133	$\frac{1}{2}^+$	132,906003		10,7 a	C.E.
			134	0^+	133,904504	2,42		
			135	$\frac{3}{2}^+$	134,905684	6,59		
			136	0^+	135,904571	7,85		
			137	$\frac{3}{2}^+$	136,905822	11,2		
			138	0^+	137,905242	71,7		
			139	$\frac{7}{2}^-$	138,908836		82,9 m	β^-
			140	0^+	139,910598		12,7 d	β^-
			141	$\frac{3}{2}^-$	140,914410		18,3 m	β^-
La	57	6,19	135	$\frac{5}{2}^+$	134,906972		19,5 h	C.E.
Lantano			136	1^+	135,907650		9,87 m	C.E.
			137	$\frac{7}{2}^+$	136,905622	0,089		
			138	5^+	137,907108	99,911		
			139	$\frac{7}{2}^+$	138,906349			
			140	3^-	139,909473		40,3 h	β^-
			141	$\frac{7}{2}^+$	140,910958		3,90 h	β^-
			142	2^-	141,914077		91,1 m	β^-
Ce	58	6,78	133	$\frac{1}{2}^+$	132,911550		5,4 h	C.E.
Cerio			134	0^+	133,909030		76 h	C.E.
			135	$\frac{1}{2}^+$	134,909147		17,6 h	C.E.
			136	0^+	135,907140	0,190		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			137	$\frac{3}{2}^+$	136,907780		9,0 h	C.E.
			138	0^+	137,905986	0,254		
			139	$\frac{3}{2}^+$	138,906647		137,2 h	C.E.
			140	0^+	139,905435	88,5		
			141	$\frac{7}{2}^-$	140,908272		32,5 d	β^-
			142	0^+	141,909241	11,1		
			143	$\frac{3}{2}^-$	142,912382		33,0 h	β^-
			144	0^+	143,913643		284 d	β^-
			145	$\frac{5}{2}^+$	144,917230		2,98 m	β^-
Pr	59	6,78	138	1^+	137,910750		1,45 m	C.E.
Praseodimio			139	$\frac{5}{2}^+$	138,908933		4,4 h	C.E.
			140	1^+	139,909072		3,39 m	C.E.
			141	$\frac{5}{2}^+$	140,907648	100		
			142	2^-	141,910041		19,2 h	β^-
			143	$\frac{7}{2}^+$	142,910813		13,6 d	β^-
			144	0^-	143,913301		17,3 m	β^-
Nd	60	6,95	139	$\frac{3}{2}^+$	138,911920		29,7 m	C.E.
Neodimio			140	0^+	139,909310		3,37 d	C.E.
			141	$\frac{3}{2}^+$	140,909605		2,5 h	C.E.
			142	0^+	141,907719	27,2		
			143	$\frac{7}{2}^-$	142,909810	12,2		
			144	0^+	143,910083	23,8		
			145	$\frac{7}{2}^-$	144,912569	8,3		
			146	0^+	145,913113	17,2		
			147	$\frac{5}{2}^-$	146,916096		11,0 d	β^-
			148	0^+	147,916889	5,7		
			149	$\frac{5}{2}^-$	148,920145		1,73 h	β^-
			150	0^+	149,920887	5,6		
			151	$\left(\frac{3}{2}^+\right)$	150,923825		12,4 m	β^-
			152	0^+	151,924680		11,4 m	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Pm	61	7,2	142	1^+	141,912950		40,5 s	C.E.
Prometio			143	$\frac{5}{2}^+$	142,910928		265 d	C.E.
			144	5^-	143,912586		349 d	C.E.
			145	$\frac{5}{2}^+$	144,912745		17,7 a	C.E.
			146	3^-	145,914693		5,5 a	C.E.
			147	$\frac{7}{2}^+$	146,915134		2,62 a	β^-
			148	1^-	147,917468		5,37 d	β^-
			149	$\frac{7}{2}^+$	148,918330		53,1 h	β^-
			150	(1^-)	149,920980		2,68 h	β^-
Sm	62	7,7	142	0^+	141,915204		72,5 m	C.E.
Samario			143	$\frac{3}{2}^+$	142,914624		8,83 m	C.E.
			144	0^+	143,911996	3,1		
			145	$\frac{7}{2}^-$	144,913407		340 d	C.E.
			146	0^+	145,913038		103 Ma	α
			147	$\frac{7}{2}^-$	146,914894	15,1		
			148	0^+	147,914818	11,3		
			149	$\frac{7}{2}^-$	148,917180	13,9		
			150	0^+	149,917272	7,4		
			151	$\frac{5}{2}^-$	150,919929		90 a	β^-
			152	0^+	151,919729	26,6		
			153	$\frac{3}{2}^+$	152,922094		46,8 h	β^-
			154	0^+	153,922206	22,6		
			155	$\frac{3}{2}^-$	154,924636		22,4 m	β^-
Eu	63	5,22	148	5–	147,918154		54,5 d	C.E.
Europio			149	$\frac{5}{2}^+$	148,917923		93,1 d	C.E.
			150	0^-	149,919699		36 a	C.E.
			151	$\frac{5}{2}^+$	150,919846	47,9		
			152	3^-	151,921741		13 a	C.E.
			153	$\frac{5}{2}^+$	152,921227	52,1		
			154	3^-	153,922976		8,5 a	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			155	$\frac{5}{2}^+$	154,922890		4,9 a	β^-
			156	0^+	155,924751		15 d	β^-
			157	$\frac{5}{2}^+$	156,925420		15 h	β^-
Gd	64	7,95	149	$\frac{7}{2}^-$	148,919339		9,4 d	C.E.
Gadolinio			150	0^+	149,918656		1,8 Ma	α
			151	$\frac{7}{2}^-$	150,920345		120 d	C.E.
			152	0^+	151,919789	0,20		
			153	$\frac{3}{2}^-$	152,921747		242 d	C.E.
			154	0^+	153,920862	2,1		
			155	$\frac{3}{2}^-$	154,922619	14,8		
			156	0^+	155,922120	20,6		
			157	$\frac{3}{2}^-$	156,923957	15,7		
			158	0^+	157,924101	24,8		
			159	$\frac{3}{2}^-$	158,926385		18,6 h	β^-
			160	0^+	159,927051	21,8		
			161	$\frac{5}{2}^-$	160,929666		3,7 m	β^-
Tb	65	8,33	156	3^-	155,924744		5,34 d	C.E.
Terbio			157	$\frac{3}{2}^+$	156,924021		150 a	C.E.
			158	3^-	157,925410		150 a	C.E.
			159	$\frac{3}{2}^+$	158,925343	100		
			160	3^-	159,927164		72,1 d	β^-
			161	$\frac{3}{2}^+$	160,927566		6,90 d	β^-
			162	1^-	161,929480		7,76 m	β^-
Dy	66	8,56	153	$\frac{7}{2}^-$	152,925763		6,4 h	C.E.
Disprosio			154	0^+	153,924423		3 Ma	α
			155	$\frac{3}{2}^-$	154,925749		10,0 h	C.E.
			156	0^+	155,924278	0,057		
			157	$\frac{3}{2}^-$	156,925461		8,1 h	C.E.
			158	0^+	157,924405	0,100		
			159	$\frac{3}{2}^-$	158,925736		144,4 d	C.E.

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			160	0^+	159,925194	2,3		
			161	$\frac{5}{2}^+$	160,926930	19,90		
			162	0^+	161,926795	25,5		
			163	$\frac{5}{2}^-$	162,928728	2.4,9		
			164	0^+	163,929171	28,1		
			165	$\frac{7}{2}^+$	164,931700		2,33 h	β^-
			166	0^+	165,932803		81,6 h	β^-
Ho	67	8,76	162	1^+	161,929092		15 m	C.E.
Holmio			163	$\left(\frac{7}{2}^-\right)$	162,928730		33 a	C.E.
			164	1^+	163,930231		29,0 m	C.E.
			165	$\frac{7}{2}^-$	164,930319	100		
			166	0^-	165,932281		26,8 h	β^-
			167	$\left(\frac{7}{2}^-\right)$	166,933127		3,1 h	β^-
Er	68	9,16	160	0^+	159,929080		28,6 h	C.E.
Erbio			161	$\frac{3}{2}^-$	160,930002		3,24 h	C.E.
			162	0^+	161,928775	0,14		
			163	$\frac{5}{2}^-$	162,930029		75,1 m	C.E.
			164	0^+	163,929197	1,56		
			165	$\frac{5}{2}^-$	164,930723		10,4 h	C.E.
			166	0^+	165,930290	33,4		
			167	$\frac{7}{2}^+$	166,932046	22,9		
			168	0^+	167,932368	27,1		
			169	$\frac{1}{2}^-$	168,934588		9,40 d	β^-
			170	0^+	169,935461	14,9		
			171	$\frac{5}{2}^-$	170,938026		7,52 h	β^-
			172	2^-	171,939352		49,3 h	β^-
Tm	69	9,35	166	2^+	165,933554		7,70 h	C.E.
Tulio			167	$\frac{1}{2}^+$	166,932849		9,25 d	C.E.
			168	3^+	167,934171		93,1 d	C.E.
			169	$\frac{1}{2}^+$	168,934211	100		
			170	1^-	169,935798		128,6 d	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			171	$\frac{1}{2}^+$	170,936426		1,92 a	β^-
			172	2^-	171,938396		63,6 h	β^-
Yb	70	7,01	166	0^+	165,933880		56,7 h	C.E.
Iterbio			167	$\frac{5}{2}^-$	166,934947		17,5 m	C.E.
			168	0^+	167,933895	0,135		
			169	$\frac{7}{2}^+$	168,935187		32,0 d	C.E.
			170	0^+	169,934759	3,1		
			171	$\frac{1}{2}^-$	170,936323	14,4		
			172	0^+	171,936378	21,9		
			173	$\frac{5}{2}^-$	172,938207	16,2		
			174	0^+	173,938858	31,6		
			175	$\frac{7}{2}^-$	174,941273		4,19 d	β^-
			176	0^+	175,942569	12,6		
			177	$\frac{9}{2}^+$	176,945257		1,9 h	β^-
			178	0^+	177,946644		74 m	β^-
Lu	71	9,74	172	(4^-)	171,939082		6,70 d	C.E.
Lutecio			173	$\frac{7}{2}^+$	172,938927		1,37 a	C.E.
			174	1^-	173,940334		3,3 a	C.E.
			175	$\frac{7}{2}^+$	174,940768	97,39		
			176	7^-	175,942683	2,61		
			177	$\frac{7}{2}^+$	176,943755		6,71 d	β^-
			178	1^+	177,945952			
Hf	72	13,3	171	$\left(\frac{7}{2}^+\right)$	170,940490		12,1 h	C.E.
Hafnio			172	0^+	171,939460		1,87 a	C.E.
			173	$\frac{1}{2}^-$	172,940650		24,0 h	C.E.
			174	0^+	173,940042	0,16		
			175	$\frac{5}{2}^-$	174,941504		70 d	C.E.
			176	0^+	175,941403	5,2		
			177	$\frac{7}{2}^-$	176,943220	18,6		
			178	0^+	177,943698	27,1		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			179	$\frac{9}{2}^+$	178,945815	13,7		
			180	0^+	179,946549	35,2		
			181	$\frac{1}{2}^-$	180,949099		42,4 d	β^-
			182	0^+	181,950553		9 Ma	β^-
			183	$\left(\frac{3}{2}^-\right)$	182,953530		64 m	β^-
Ta	73	16,6	178	1^+	177,945750		9,31 m	C.E.
Tantalio			179	$\left(\frac{7}{2}^+\right)$	178,945934		665 d	C.E.
			180	1^+	179,947466	0,0123		
			181	$\frac{7}{2}^+$	180,947996	99,9877		
			182	3^-	181,950152		115 d	β^-
			183	$\frac{7}{2}^+$	182,951373		5,1 d	β^-
W	74	19,3	178	0^+	177,945850		21,5 d	C.E.
Wolframio			179	$\left(\frac{7}{2}^+\right)$	178,947072		38 m	C.E.
			180	0^+	179,946706	0,13		
			181	$\frac{9}{2}^+$	180,948198		121 d	C.E.
			182	0^+	181,948205	26,3		
			183	$\frac{1}{2}^-$	182,950224	14,3		
			184	0^+	183,950932	30,7		
			185	$\frac{3}{2}^-$	184,953420		75,1 d	β^-
			186	0^+	185,954362	28,6		
			187	$\frac{3}{2}^-$	186,957158		23,9 h	β^-
			188	0^+	187,958487		69,4 d	β^-
Re	75	20,53	182	2^+	181,951210		12,7 h	C.E.
Renio			183	$\left(\frac{5}{2}^+\right)$	182,950821		71 d	C.E.
			184	3^-	183,952524		38 d	C.E.
			185	$\frac{5}{2}^+$	184,952955	37,40		
			186	1^-	185,954986		90,6 h	β^-
			187	$\frac{5}{2}^+$	186,955750	62,60		
			188	1^-	187,958112		16,9 h	β^-
			189	$\left(\frac{5}{2}^+\right)$	188,959228		24,3 h	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Os	76	22,48	182	0^+	181,952186		21,5 h	C.E.
Osmio			183	$\left(\frac{9}{2}^+\right)$	182,953110		13,0 h	C.E.
			184	0^+	183,952491	0,018		
			185	$\frac{1}{2}^-$	184,954043		93,6 d	C.E.
			186	0^+	185,953838	1,6		
			187	$\frac{1}{2}^-$	186,955747	1,6		
			188	0^+	187,955836	13,3		
			189	$\frac{3}{2}^-$	188,958145	16,1		
			190	0^+	189,958445	26,4		
			191	$\frac{9}{2}^-$	190,960928		15,4 d	β^-
			192	0^+	191,961479	41,0		
			193	$\frac{3}{2}^-$	192,964148		30,6 h	β^-
			194	0^+	193,965179		6,0 a	β^-
Ir	77	22,42	188	(2^-)	187,958852		41,5 h	C.E.
Iridio			189	$\frac{3}{2}^+$	188,958716		13,1 d	C.E.
			190	(4^+)	189,960590		11,8 d	C.E.
			191	$\frac{3}{2}^-$	190,960591	37,3		
			192	4^-	191,962602		74,2 d	β^-
			193	$\frac{3}{2}^+$	192,962923	62,7		
			194	1^-	193,965075		19,2 h	β^-
			195	$\left(\frac{3}{2}^+\right)$	194,965976		2,8 h	β^-
Pt	78	21,37	187	$\frac{3}{2}^-$	186,960700		2,35 h	C.E.
Platino			188	0^+	187,959395		10,2 d	C.E.
			189	$\frac{3}{2}^-$	188,960832		10,9 h	C.E.
			190	0^+	189,959930	0,013		
			191	$\frac{3}{2}^-$	190,961684		2,9 d	C.E.
			192	0^+	191,961035	0,78		
			193	$\left(\frac{1}{2}^-\right)$	192,962984		50 a	C.E.
			194	0^+	193,962663	32,9		
			195	$\frac{1}{2}^-$	194,964774	33,8		

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			196	$0+$	195,964934	25,3		
			197	$\frac{1}{2}^-$	196,967323		18,3 h	β^-
			198	0^-	197,967875	7,2		
			199	$\left(\frac{5}{2}^-\right)$	198,970576		30,8 m	β^-
			200	0^+	199,971423		12,5 h	β^-
Au	79	19,32	194	1^-	193,965338		39,5 h	C.E.
Oro			195	$\frac{3}{2}^+$	194,965017		186 d	C.E.
			196	2^-	195,966551		6,18 d	C.E.
			197	$\frac{3}{2}^+$	196,966551	100		
			198	2^-	197,968225		2,696 d	β^-
			199	$\frac{3}{2}^+$	198,968748		3,14 d	β^-
			200	1^-	199,970720		48,4 m	β^-
Hg	80	13,55	193	$\frac{3}{2}^-$	192,966644		3,8 h	C.E.
Mercurio			194	0^+	193,965381		520 a	C.E.
			195	$\frac{1}{2}^-$	194,966640		9,5 h	C.E.
			196	0^+	195,965814	0,15		
			197	$\frac{1}{2}^-$	196,967195		64,1 h	C.E.
			198	0^+	197,966752	10,0		
			199	$\frac{1}{2}^-$	198,968262	16,8		
			200	0^+	199,968309	23,1		
			201	$\frac{3}{2}^-$	200,970285	13,2		
			202	0^+	201,970625	29,8		
			203	$\frac{5}{2}^-$	202,972857		46,6 d	β^-
			204	0^+	203,973475	6,9		
			205	$\frac{1}{2}^-$	204,976056	100	5,2 m	β^-
Tl	81	11,85	200	2^-	199,970945		26,1 h	C.E.
Talio			201	$\frac{1}{2}^+$	200,970803		73 h	C.E.
			202	2^-	201,972090		12,2 d	C.E.
			203	$\frac{1}{2}^+$	202,972329	29,5		
			204	2^-	203,974412		3,77 a	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			205	$\frac{1}{2}^+$	204,976095	70,5		
			206	0^-	205,977408		4,20 m	β^-
Pb	82	11,35	201	$\frac{5}{2}^-$	200,972850		9,3 h	C.E.
Plomo			202	0^+	201,972143		0,05 Ma	C.E.
			203	$\frac{5}{2}^-$	202,973375		51,9 h	C.E.
			204	0^+	203,973028	1,42		
			205	$\frac{5}{2}^-$	204,974467		15 Ma	C.E.
			206	0^+	205,974449	24,1		
			207	$\frac{1}{2}^-$	206,975880	22,1		
			208	0^+	207,976636	52,3		
			209	$\frac{9}{2}^+$	208,981075		3,25 h	β^-
			210	0^+	209,984174		22,3 a	β^-
			211	$\left(\frac{9}{2}^+\right)$	210,988732		36,1 m	β^-
			212	0^+	211,991887		10,6 h	β^-
Bi	83	9,747	206	6^+	205,978483		6,24 d	C.E.
Bismuto			207	$\frac{9}{2}^-$	206,978456		32 a	C.E.
			208	(5^+)	207,979727		0,368 Ma	C.E.
			209	$\frac{9}{2}^-$	208,980384	100		
			210	1^-	209,984105		5,01 d	β^-
			211	$\frac{9}{2}^-$	210,987258		2,15 m	α
			212	1^-	211,991271		60,6 m	β^-
Po	84	9,24	206	0^+	205,980465		8,8 d	C.E.
Polonio			207	$\frac{5}{2}^-$	206,981578		5,8 h	C.E.
			208	0^+	207,981231		2,90 a	α
			209	$\frac{1}{2}^-$	208,982415		102 a	α
			210	0^+	209,982857		138,4 d	α
			211	$\frac{9}{2}^+$	210,986637		0,52 s	α
At	85		208	6^+	207,986570		1,63 h	C.E.
Astato			209	$\frac{9}{2}^-$	208,986158		5,4 h	C.E.
			210	5^+	209,987131		8,3 h	C.E.

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			211	$\frac{9}{2}^-$	210,987481		7,21 h	C.E.
			212	(1^-)	211,990735		0,31 s	α
			213	$\frac{9}{2}^-$	212,992922		0,11 μs	α
Rn	86	0,0097	207	$\frac{5}{2}^-$	206,990730		9,3 m	C.E.
Radon			210	0^+	209,989679		2,4 h	α
			211	$\frac{1}{2}^-$	210,990585		14,6 h	C.E.
			212	0^+	211,990735		24 m	α
			218	0^+	218,005586		35 ms	α
			222	0^+	222,017569		3,82 d	α
Fr	87	1,87	209	$\frac{9}{2}^-$	208,996402		50 s	α
Francio			212	5^+	211,996182		20 m	C.E.
			215	$\frac{9}{2}^-$	215,000326		0,12 μs	α
			220	1	220,012313		27,4 s	α
			223	$\left(\frac{3}{2}\right)$	223,019731		21,8 m	β^-
Ra	88	5	222	0^+	222,015361		38 s	α
Radio			223	$\frac{1}{2}^+$	223,018497		11,4 d	α
			224	0^+	224,020201		3,66 d	α
			225	$\left(\frac{3}{2}^+\right)$	225,023603		14,8 d	β^-
			226	0^+	226,025402		1602 a	α
			227	$\left(\frac{3}{2}^+\right)$	227,029170		42 m	β^-
Ac	89		224	(0^-)	224,021708		2,9 h	C.E.
Actinio			225	$\left(\frac{3}{2}^-\right)$	225,023220		10,0 d	α
			226	(1^-)	226,026089		29 h	β^-
			227	$\frac{3}{2}^-$	227,027747		21,77 a	β^-
			228	(3^+)	228,031014		6,1 h	β^-
Th	90	11,3	228	0^+	228,028731		1,91 a	α
Torio			229	$\frac{5}{2}^+$	229,031754		7300 a	α
			230	0^+	230,033126		75400 a	α
			231	$\frac{5}{2}^+$	231,036296		25,52 h	β^-
			232	0^+	232,038049	100		
			233	$\left(\frac{1}{2}^+\right)$	233,041576		22,3 m	β^-

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
Pa	91	15,4	229	$\left(\frac{5}{2}^+\right)$	229,032093		1,4 d	C.E.
Protactinio			230	(2^-)	230,034532		17,7 d	C.E.
			231	$\frac{3}{2}^-$	231,035878		32800 a	α
			232	(2^-)	232,038581		1,31 d	β^-
			233	$\frac{3}{2}^-$	233,040239		27,0 d	β^-
U	92	18,9	233	$\frac{5}{2}^+$	233,039627		0,1592 Ma	α
Uranio			234	0^+	234,040945		0,245 Ma	α
			235	$\frac{7}{2}^-$	235,043922	0,720		
			236	0^+	236,045561		23,43 Ma	α
			237	$\frac{1}{2}^+$	237,048723		6,75 d	β^-
			238	0^+	238,050783	99,275		
			239	$\frac{5}{2}^+$	239,054289		23,5 m	β^-
Np	93	20,25	236	(6^-)	236,046570		0,11 Ma	C.E.
Neptunio			237	$\frac{5}{2}^+$	237,048166		2,14 Ma	α
			238	2^+	238,050940		2,117 d	β^-
			239	$\frac{5}{2}^+$	239,052930		2,36 d	β^-
Pu	94	19,7	237	$\frac{7}{2}^-$	237,048403		45,3 d	C.E.
Plutonio			238	0^+	238,049552		87,74 a	α
			239	$\frac{1}{2}^+$	239,052156		24100 a	α
			240	0^+	240,053806		6570 a	α
			241	$\frac{5}{2}^+$	241,056844		14,4 a	β^-
			242	0^+	242,058736		0,376 Ma	α
			243	$\frac{7}{2}^+$	243,061996		4,96 h	β^-
Am	95	13,67	240	(3^-)	240,055287		50,9 h	C.E.
Americio			241	$\frac{5}{2}^-$	241,056822		433 a	α
			242	1^-	242,059542		16,0 h	β^-
			243	$\frac{5}{2}^-$	243,061372		7370 a	α
			244	(6^-)	244,064278		10,1 h	β^-
Cm	96	13,51	246	0^+	246,067217		4700 a	α
Curio			247	$\frac{9}{2}^-$	247,070346		16 Ma	α

Elemento	Z	Densidad (g/cm^3)	A	I^π	Masa Atómica (u.a.m.)	Abundancia (%)	Periodo $T_{\frac{1}{2}}$	
			248	0^+	248,072341		0,34 Ma	α
			249	$\frac{1}{2}^+$	249,075946		64 m	β^-
Bk	97		246	2^-	246,068670		1,8 d	C.E.
Bequerelio			247	$\left(\frac{3}{2}^-\right)$	247,070298		1380 a	α
Cf	98		251	$\frac{1}{2}^+$	251,079579		898 a	α
Californio			252	0^+	252,081619		2,64 a	α
Es	99		252	$(4^+,5^-)$	252,082970		472 d	α
Einstenio			253	$\frac{7}{2}^+$	253,084818		20,5 d	α
Fm	100		256	0^+	256,091766		2,63 h	f
Fermio			257	$\left(\frac{9}{2}^+\right)$	257,095096		100 d	α
Md	101		257	$\left(\frac{7}{2}^-\right)$	257,095535		5,2 h	C.E.
Mendelevio			258	(8^-)	258,098427		55 d	α
No	102		258	0^+	258,098250		1,2 ms	f
Nobelio			259	$\left(\frac{9}{2}^+\right)$	259,101050		60 m	α
Lr	103		260		260,105570		180 s	α
Laurencio								
Rf *Rutherfordio*	104		261		261,108910		65 s	α
Db *Dubnio*	105		261		261,112110		1,8 s	α
			262		262,114370		34 s	f
Sg *Seaborgio*	106		263		263,118620		0,8 s	f
Bh *Bohrio*	107		262		262,123120		115 ms	α

UNIDADES Y CONSTANTES

Tabla 6.5. Unidades más utilizadas

UNIDADES MAS UTILIZADAS			
Magnitud	**Unidad del S.I.**	**Otras unidades utilizadas**	**Equivalencias**
Longitud	m(metro)	μ(micra) Å(ångström) fm(femtómetro, Fermi)	1 μ=10^{-6} m 1 Å=10^{-10} m 1 fm =10^{-15} m
Superficie Sección eficaz	m^2	cm^2 b(barn)	1 cm^2=10^{-4} m^2 1 b=10^{-28} m^2
Masa	kg(kilogramo)	u.a.m. MeV/c^2	1 u.a.m.=1,66×10^{-27} kg 1 MeV/c^2=1,78×10^{-30} kg 1 u.a.m.=931,5 MeV/c^2
Cantidad de sustancia	mol		
Fuerza	N(newton)	dyn(dina)	1 dyn=10^{-5} N
Presión	Pa(pascal)	At(atmósfera) bar torr(mm Hg)	1 At=1,013×10^5 Pa 1 bar=1×10^5 Pa 1 torr=1,33×10^2 Pa
Momento lineal	N.s(newton-segundo)	MeV/c	1 MeV/c=5,34×10^{-22} N.s
Energía	J(julio)	erg(ergio) eV(electronvoltio) Wh(vatio-hora) cm^{-1}	1 erg=10^{-7} J 1 eV=1,602×10^{-19} J 1 Wh=3,6×10^3 J 1 cm^{-1}=1,99×10^{-23} J
Temperatura	K(kelvin)	^{0}C(grado Celsius) keV	T(^{0}C)=T(K)-273,16 1 keV=8,6×10^{-8} K
Potencia	W(vatio)	CV(caballo de vapor) erg/s	1 CV=735,5 W 1 erg/s=10^{-7} W
Carga eléctrica	C(culombio)	uee	1 uee=3,33×10^{-10} C

Tabla 6.6. Constantes más utilizadas

CONSTANTES MAS UTILIZADAS		
Nombre	**Símbolo**	**Valor**
Velocidad de la luz	c	$2{,}99792458\times10^{8}$ m/s
Carga del electrón	e	$1{,}602189\times10^{-19}$ C
Constante de Boltzmann	k	$1{,}38066\times10^{-23}$ J/K $8{,}6174\times10^{-5}$ eV/K
Constante de Planck	h	$6{,}62618\times10^{-34}$ J.s $4{,}13570\times10^{-15}$ eV.s
	$\hbar{=}h/2\pi$	$1{,}054589\times10^{-34}$ J.s $6{,}58217\times10^{-16}$ eV.s
Constante de la Gravitación	G	$6{,}6726\times10^{-11}$ Nm^2/kg^2
Número de Avogadro	N_A	$6{,}022045\times10^{23}$ mol^{-1}
Constante universal de los gases	R	8,3144 J/mol.K
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}6703\times10^{-8}$ W/m^2.K^4
Constante de Rydberg	R_∞	$1{,}0973732\times10^{7}$ m^{-1}
Energía de ionización del Hidrógeno		13,60580 eV
Radio de Bohr	a_0	$5{,}291771\times10^{-11}$ m
Masa del neutrón	m_n	1,008665 u.a.m. 939,6 MeV/c^2
Masa del protón	m_p	1,007277 u.a.m. 938,3 MeV/c^2
Masa del electrón	m_e	$5{,}4860\times10^{-4}$ u.a.m. 0,511 MeV/c^2

CONSTANTES MAS UTILIZADAS (*continuación*)		
Nombre	**Símbolo**	**Valor**
Magnetón de Bohr	μ_{B}	$9{,}27408\times10^{-24}$ J/T $5{,}78838\times10^{-5}$ eV/T
Magnetón nuclear	μ_{N}	$5{,}05084\times10^{-27}$ J/T $3{,}15245\times10^{-8}$ eV/T
Contantes de estructura fina	α	1/137,0360
	hc	1239,835 MeV.fm
	$\hbar c$	197,329 MeV.fm
	$e^2/4\pi\epsilon_o$	1,439976 MeV.fm
Constante de Coulomb	$1/4\pi\epsilon_o$	$8{,}988.10^9$ N.m^2/C^2

BIBLIOGRAFÍA

[1] W.E. Burcham. "Elements of Nuclear Physics", Longman Scientific &Technical (1986).

[2] W.E. Burcham. " Física Nuclear", Reverté, S.A. (1974).

[3] E. Segré. "Núcleos y Partículas", Reverté, S.A. (1972).

[4] W.N. Cottingham and D.A. Greenwood. "An introduction to nuclear physics, Cambridge Univ. Press (1986).

[5] Hervé Bongrain et al. "Recueil de problèmes de physique nucléaire", Edit. de la Revue d'Optique théorique et instrumentale. (1962).

[6] I.E. Irodov. "Problems in atomic and nuclear physics". MIR Publishers Moscow (1974).

[7] K.N. Mukhin. "Experimental nuclear physics" vol. I y II. MIR Publishers Moscow (1987).

[8] Kenneth S. Krane. "Introductory nuclear physics" John Wiley & Sons (1988).

[9] R. Fdez Alvarez-Estrada y M. Ramón, "Partículas Elementales". Eudema (1988).

[10] Thomas J. Connolly, "Fundamentos de ingeniería nuclear". Ed. Limusa, (1983).

[11] K. Almenas y R. Lee, "Nuclear Engineering: An introduction", Springer-Verlag (1992).

[12] S. Glasstone y A. Sesonske, "Ingeniería de reactores nucleares", Ed. Reverté, (1982).

[13] M. Soler López, "La fusión: Una alternativa energética", Eudema (1987).

[14] D. Blanc, "Fusion thermonucléaire contrôlée", Ed. Masson (1978).

[15] P. Coll Buti. "Fundamentos de dosimetría teórica y protección radiológica", vol. I y II. UPC (1990).

[16] G. Audi and A.H. Wapstra, "The 1993 atomic mass evaluation. (I) Atomic mass Table", Nuclear Physics A**565** (1993).